МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

В.Н. Тимофеев

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Учебно-методическое пособие

Москва 2004

УДК 514.18
Т41

Тимофеев В.Н.
Т41 **Начертательная геометрия:** Учебно-метод. пособие. – М.: МГИУ, 2004. – 32 с.

ISBN 5-276-00519-2

Данное учебно-методическое пособие предназначено для практической проработки курса "Начертательная геометрия" и включает примеры выполнения домашних заданий по различным его разделам. В книге рассматриваются основные этапы построения линии пересечения двух плоскостей и геометрических тел, методы преобразования чертежа, построение приближенных разверток поверхностей.

Адресовано студентам I курса дневного и вечернего отделений.

УДК 514.18

Учебно-методическое пособие
рассмотрено и одобрено кафедрой "Графика",
протокол № 6 от 19.01.04.

Рецензент: Н.М. Маслова, доцент

Подготовлено к печати на кафедре "Графика".

Редакторы: К.В. Шмат, Д.В. Морозова

Подписано в печать 19.05.2004. Сдано в производство 20.05.2004
Формат бумаги $60 \times 90/16$. Бум. множит.
Усл. печ. л. 2,0. Уч.-изд. л. 2,25. Тем. план № 1-03/04
Тираж 300. Заказ № 337

РИЦ МГИУ, 115280, Москва, Автозаводская, 16

ISBN 5-276-00519-2

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПОРЯДОК ИЗУЧЕНИЯ КУРСА «НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

Начертательная геометрия изучается студентами высших технических учебных заведений на первом курсе. При изучении дисциплины необходимо, прежде всего, ознакомится с программой, приобрести необходимую учебную литературу и тщательно продумать план самостоятельной учебной работы. Начертательной геометрии следует уделить особое внимание, учитывая, что наряду с теорией необходимо ознакомиться с решением типовых задач по каждой теме и выполнить контрольные задания.

Студентам необходимо уметь точно и аккуратно выполнять графические построения при решении конкретных геометрических задач. Основная цель самостоятельных занятий по начертательной геометрии – научиться представлять всевозможные сочетания геометрических форм в пространстве. Начертательная геометрия способствует развитию пространственного воображения, умению "читать" чертежи, что крайне необходимо инженеру.

При изучении начертательной геометрии следует придерживаться следующих общих указаний:

1. Начертательную геометрию нужно изучать строго последовательно и систематически.

2. Прочитанный в учебной литературе материал должен быть глубоко усвоен. При изучении курса следует избегать механического запоминания теорем, отдельных формулировок и решений задач. Студент должен разобраться в теоретическом материале и уметь применить его как общую схему к решению задач.

3. Большую помощь в изучении курса оказывает конспект учебника или аудиторных лекций, где записываются основные положения изучаемой темы и краткие пояснения графических построений к решению геометрических задач.

Каждую тему курса по учебнику желательно прочитать дважды. При первом чтении глубоко и последовательно изучается весь материал темы. При повторном изучении темы рекомендуется вести конспект, записывая в нем основные положения теории, теоремы курса и порядок решения типовых задач. В конспекте следует указать ту часть пояснительного материала, которая плохо запоминается и нуждается в частом повторении.

4. В курсе начертательной геометрии решению задач должно быть уделено особое внимание. Решение задач является наилучшим средством более глубокого и всестороннего постижения основных положений теории. Задачи решаются в специальной рабочей тетради.

Прежде чем приступить к решению той или иной геометрической задачи, надо понять ее условие и четко представить себе схему решения, т. е. установить последовательность выполнения операций. Надо представить себе в пространстве заданные геометрические образы.

5. В начальной стадии изучения курса начертательной геометрии целесообразно прибегать к моделированию изучаемых геометрических форм и их сочетаний. Значительную помощь оказывают зарисовки воображаемых моделей, а также их простейшие макеты. В дальнейшем надо развивать навыки выполнения всяких операций с геометрическими формами в пространстве на их проекционных изображениях, не используя модели и зарисовки.

6. Выполнив все контрольные задания по курсу начертательной геометрии и имея рабочую тетрадь со всеми решенными задачами, студент имеет право сдавать экзамен. На экзамен представляется рабочая тетрадь с подписью преподавателя «Зачтено». На экзамене студенту необходимо ответить на три теоретических вопроса, которые включают в себя задачи по соответствующей теме.

2. ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ

1. Каждый студент при изучении курса "Начертательная геометрия" должен самостоятельно выполнить домашние задания, состоящие из типовых задач различных разделов курса. Чертежи заданий вычерчиваются в заданном масштабе и размещаются с учетом наиболее плотного размещения в пределах формата листа.

2. Цель каждого задания – закрепление знаний студентов по основным разделам курса "Начертательная геометрия".

3. Домашние задания выполняются на листах чертежной бумаги формата А2 (594x420) по ГОСТ 2.301-81.Формат листа определяется размерами внешней рамки чертежа, выполненной тонкой линией. Все надписи на чертеже необходимо выполнять чертежным шрифтом по ГОСТ 2.304-81. Толщина и тип линий должны соответствовать ГОСТ 2.303-81.

4. Для достижения большей точности построений, чертеж следует выполнять сначала в тонких линиях. После проверки чертежа преподавателем необходимо выполнить обводку чертежа (сохраняя линии построения) сплошной толстой линией, а линий построения и линий связи – сплошной тонкой линией. Результат решения (искомые линии) рекомендуется обвести красным карандашом.

5. Каждое задание рассматривается и принимается преподавателем в установленные кафедрой сроки. При этом задание считается выполненным, если студент защитит свою работу и в рабочей тетради будет решено достаточное количество задач по данному разделу.

6. Выполненные работы студент должен хранить у себя и предъявлять их на зачете преподавателю. В случае невыполнения домашних заданий студент к зачету и экзамену по начертательной геометрии не допускается.

3. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ

Для построения линии пересечения двух плоскостей общего положения можно использовать точки пересечения двух прямых, принадлежащих одной из плоскостей, с другой плоскостью. Построение точки пересечения прямой линии с плоскостью общего положения приведено на рис.1. Точку пересечения прямой с плоскостью общего положения определяют в следующем порядке:

а) через заданную прямую n (n', n'') проводят вспомогательную плоскость α;

б) строят линию пересечения 1-2 вспомогательной плоскости α и заданной плоскости треугольника ABC;

в) в пересечении построенной линии 1-2 с заданной прямой n (n', n'') отмечают искомую точку К (К', К'').

Следует отметить, что вспомогательная плоскость α может быть как фронтально-проецирующей, так и горизонтально-проецирующей.

Прямая линия пересечения двух плоскостей определяется двумя точками, каждая из которых принадлежит обеим плоскостям, или одной точкой, принадлежащей двум плоскостям, и известным направлением линии. В обоих случаях задача заключается в нахождении точки, общей для двух плоскостей.

Общий прием построения линии пересечения двух плоскостей заключается в следующем. Вводят вспомогательную плоскость, строят линии пересечения вспомогательной плоскости с двумя заданными и в пересечении построенных линий находят общую точку двух плоскостей. Для нахождения второй общей точки построение повторяют с помощью еще одной вспомогательной плоскости.

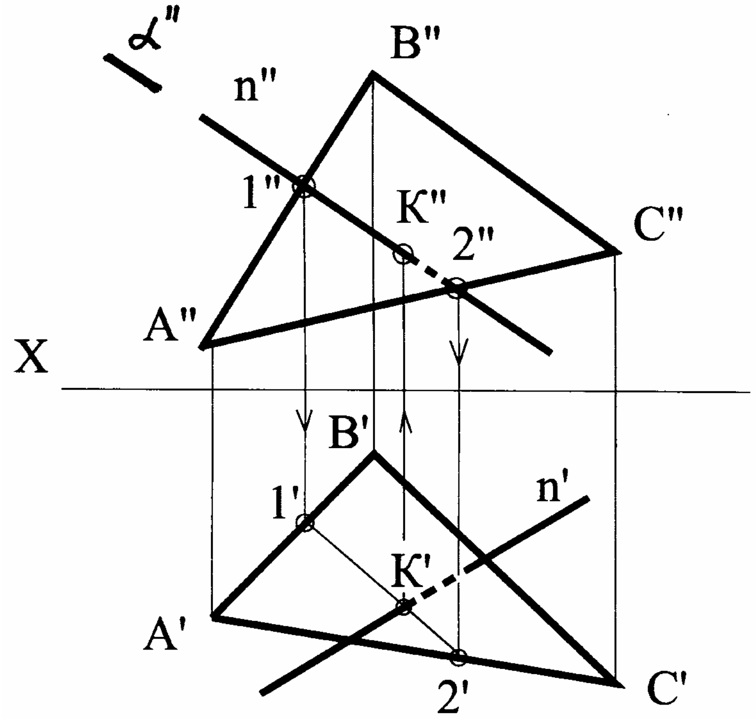


Рис. 1

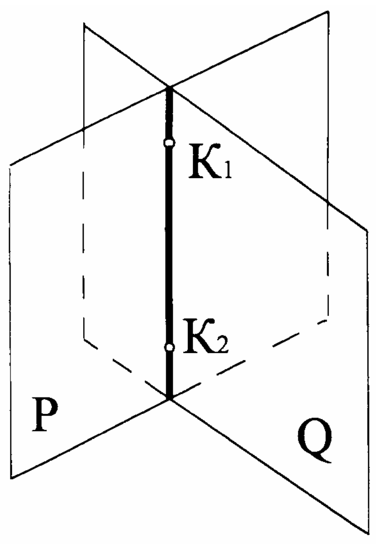


Рис. 2

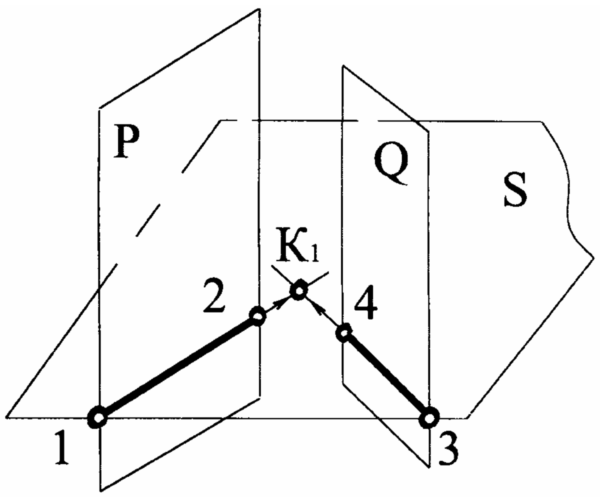


Рис. 3

На рис. 2 показано наглядное изображение линии пересечения K_1K_2 двух плоскостей P и Q. С целью наглядно изобразить построение первой общей точки линии пересечения плоскостей P и Q (рис.3) введена вспомогательная плоскость S. С плоскостью P она пересекается по линии 1-2, с плоскостью Q – по линии 3-4. В пересечении линий 1-2 и 3-4 определена первая общая точка K_1 двух плоскостей P и Q –

первая точка линии их пересечения. Аналогично вводят новую секущую плоскость и строят вторую точку линии пересечения K_2.

Домашнее задание сформулировано следующим образом: построить линию пересечения двух непрозрачных пластинок в форме треугольников ABC и DEF.

Основные этапы выполнения задания

1. На формате А2 нанести оси проекций и центр проекций, а затем построить проекции вершин треугольников на плоскостях П1 и П2 по заданным координатам в масштабе 1:1 (в мм) и соответственно соединить их между собой тонкими линиями. Оси проекций следует нанести так, чтобы проекции треугольников располагались в левой части листа; в правой части листа располагаются таблица с исходными данными и пояснения к решению задачи.

2. В пересечении двух плоских фигур получают прямую линию, которую строят по двум общим точкам. Такими точками являются, например, точки пересечения сторон одной плоскости с другой плоскостью. Для их нахождения необходимо дважды решить задачу о нахождении точки пересечения прямой с плоскостью (1-й способ). Линия пересечения K_1 K_2 (рис.4) построена по точкам пересечения сторон BC и CA треугольника ABC с плоскостью треугольника DEF. Для этого проведены две вспомогательные фронтально-проецирующие плоскости α'' и β''. Плоскость α'', проведенная через BC, пересекает треугольник DEF по прямой 1-2 (1''2'',1'2'); в пересечении проекций B'C' и 1'2' получена горизонтальная проекция точки K_1 пересечения прямой BC и треугольника DEF. Аналогично найдена и точка K_2.

3. Для решения задачи могут быть использованы также вспомогательные проецирующие плоскости, пересекающие оба треугольника по линиям, точки пересечения которых являются общими точками обеих фигур (2-й способ) (рис.5). При выполнении построений необходимо строго следить за тем, чтобы проекции найденных точек, определяемые по линиям связи, принадлежали проекциям тех же прямых.

В нашем случае проводим фронтально-проецирующую плоскость α. Вводя вспомогательную секущую плоскость, мы можем ориентировать ее в пространстве как угодно. Данная плоскость пересекает треугольник ABC по линии 1-2 (1'2', 1''2''), а треугольник DEF – по линии 3-4 (3'4', 3''4''). M'- точка пересечения горизонтальных проекций прямых 1'-2' и 3'-4'. Для нахождения точки N' вводим плоскость β. Построение на рисунке обозначено стрелками. Точки N' и M' определяют искомую прямую. Если провести эту прямую до пересечения с ребрами A'C' и B'C', то получим горизонтальную проекцию линии пересечения треугольников – K_1' K_2'.

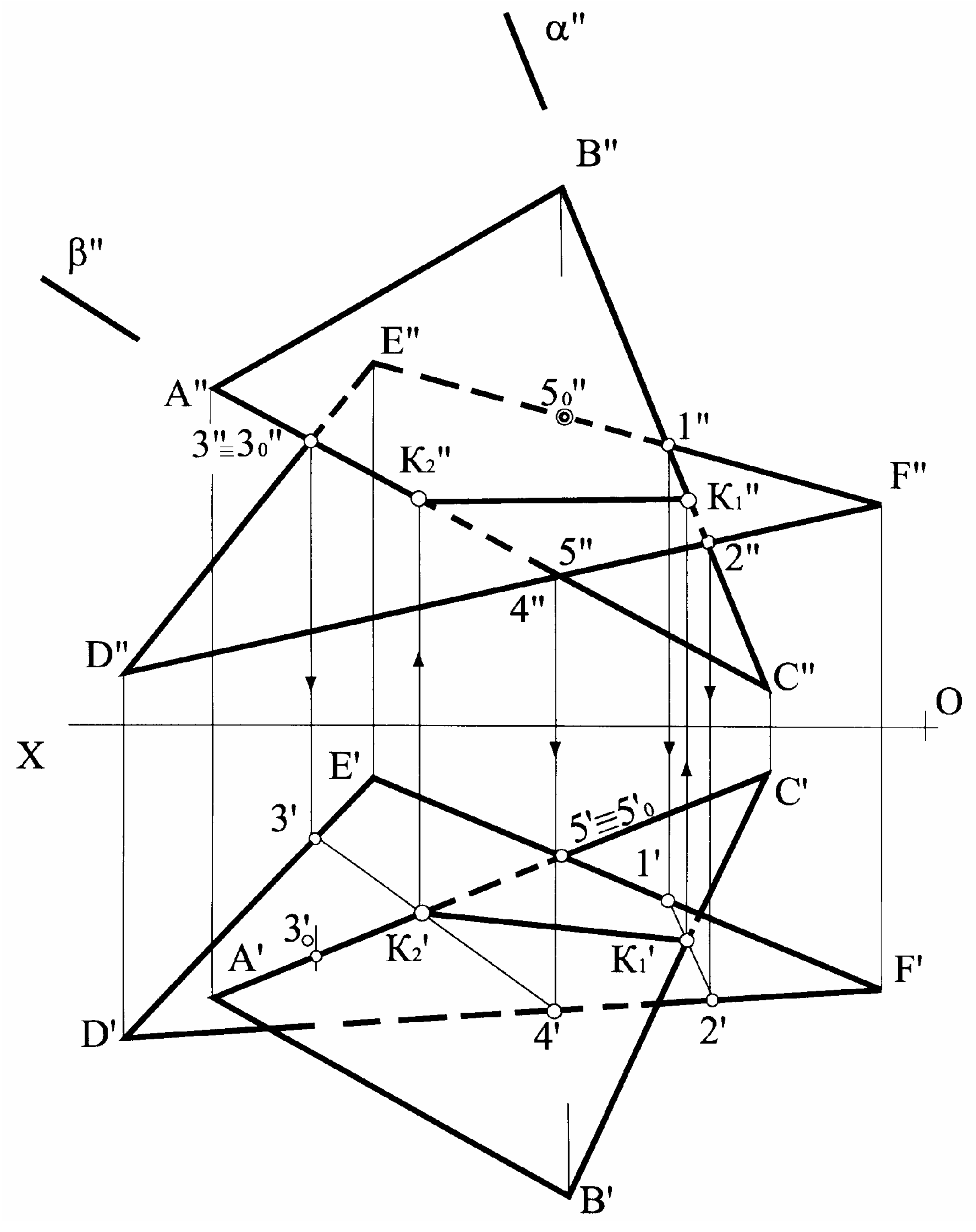


Рис. 4. Построение линии пересечения двух плоскостей (1-й способ)

4. Видимость треугольников определяется по видимости их сторон методом конкурирующих точек. При определении видимости на фронтальной плоскости проекций (рис.4) берем две скрещивающиеся прямые, например ED(E"D") и CA(C"A"). Точки 3 и 3_0 ($3''\equiv3_0''$) есть фронтальные проекции конкурирующих точек. Построив горизонтальные проекции этих точек, устанавливаем, что точка $3_0'$ имеет координату "Y" больше, чем точка 3'. Значит, прямая AC в этой точке будет закрывать прямую ED. Следовательно, на фронтальной плоскости проекций прямая AC будет видимая, а ED – невидимая. При определении видимости на горизонтальной плоскости проекций берем две скрещивающиеся прямые, например EF(E'F') и AC(A'C').

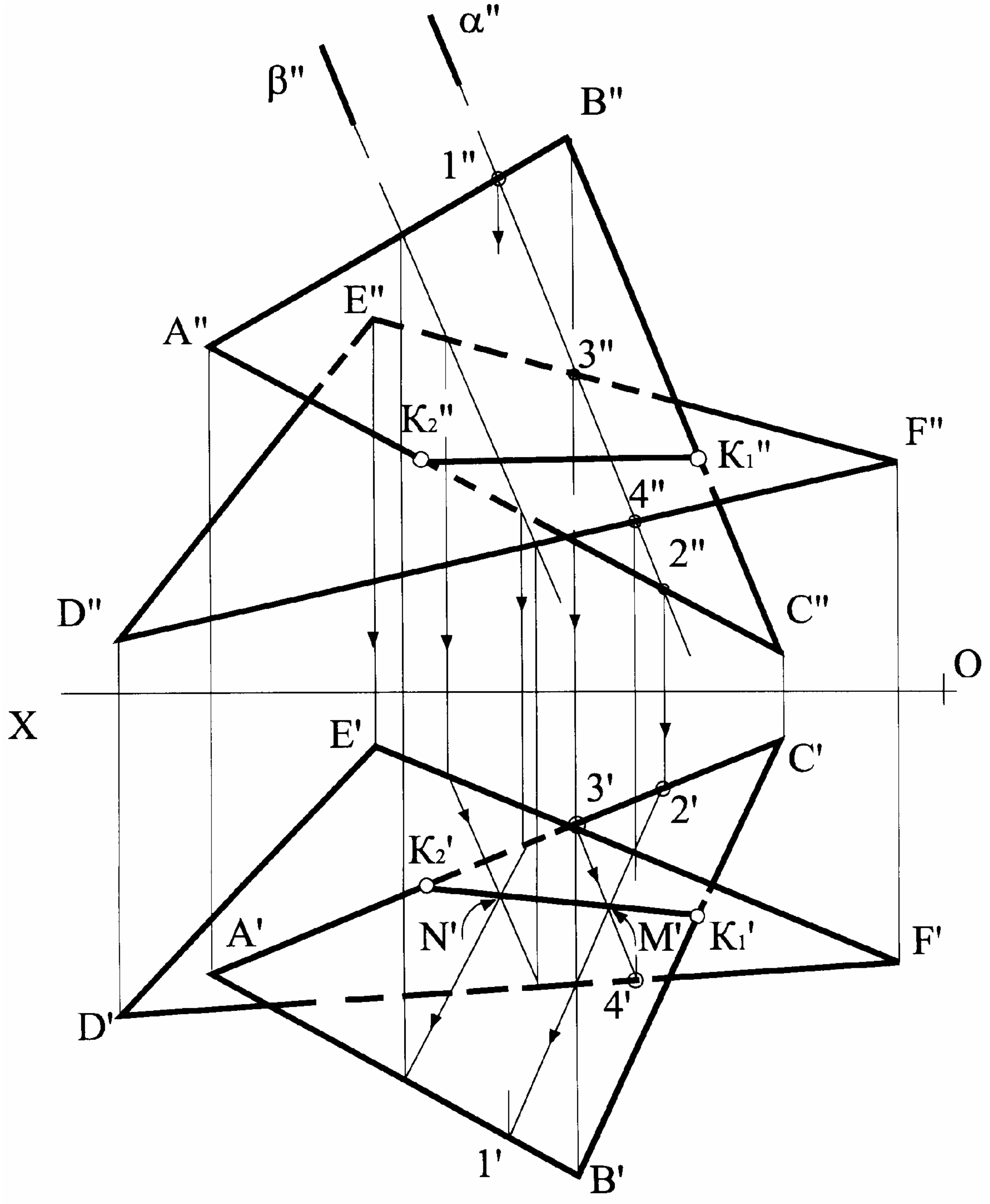


Рис. 5. Построение линии пересечения двух плоскостей (2-й способ)

Точки 5' и 5_0' (5'≡5_0') есть горизонтальные проекции конкурирующих точек. Построив фронтальные проекции этих точек, устанавливаем, что точка 5_0" имеет координату "Z" больше, чем точка 5". Значит, прямая EF в этой точке будет закрывать прямую AC. Следовательно, на горизонтальной плоскости проекций прямая EF будет видимая, а AC – невидимая. О видимости остальных отрезков можно судить, рассмотрев соответствующие конкурирующие точки в местах кажущегося пересечения прямых. Кроме этого, следует иметь в виду, что выясненная видимость действует до линии пересечения, а затем меняется на обратную.

5. При обводке чертежа невидимые стороны фигур обводятся штриховыми линиями, а видимые – сплошными основными линиями. Линию пересечения рекомендуется обвести красным цветом.

Пример выполнения данного графического домашнего задания приведен в приложении.

4. МЕТОДЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЧЕРТЕЖА

В начертательной геометрии для решения некоторых позиционных и метрических задач целесообразно переместить заданный геометрический объект в пространстве из общего положения в частное, при котором упрощается решение конкретной задачи.

Например, для определения натуральной величины плоской фигуры ее следует переместить в пространстве в положение, параллельное плоскости проекций, на которую она спроецируется в натуральную величину.

Для нахождения величины двугранного угла его целесообразно переместить в пространстве так, чтобы ребро этого угла оказалось перпендикулярным плоскости проекций. В таком положении двугранный угол спроецируется на плоскость проекций в натуральную величину.

Для определения расстояния от точки до плоскости следует переместить в пространстве заданные объекты (точку и плоскость) так, чтобы плоскость стала проецирующей (перпендикулярной плоскости проекций). В таком положении расстояние от точки до плоскости спроецируется в натуральную величину на плоскость проекций.

Для выполнения таких перемещений геометрических объектов в пространстве существует несколько способов. В данной работе рассматриваются только некоторые преобразования ортогональных проекций, предусмотренные программой: плоскопаралллельное перемещение, вращение и замена плоскостей проекций.

Дано: пирамида, заданная координатами вершин SABC.

Необходимо выполнить следующие задачи:

1. Построить истинный вид (натуральную величину) основания ABC вращением вокруг линии уровня.

2. Определить высоту пирамиды (расстояние от т. S до плоскости Δ ABC). Задачу решать методом плоскопараллельного перемещения.

3. Найти величину двугранного угла при ребре AB. Задачу решать способом перемены плоскостей проекций.

4. Определить кратчайшее расстояние между скрещивающимися прямыми SB и AC. Задачу решать способом перемены плоскостей проекций.

Основные этапы выполнения задания

1. В левом верхнем углу чертежа вычертить две проекции пирамиды по заданным координатам вершин в масштабе 1:1(рис.6).

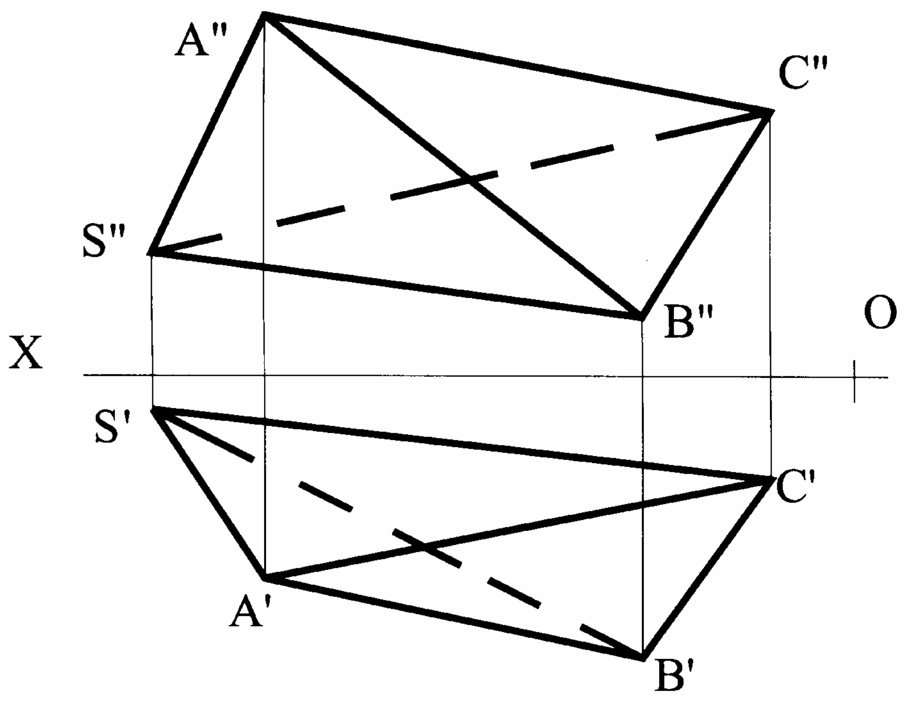


Рис. 6. Проекции пирамиды

2. Для того чтобы определить истинный вид основания ABC, необходимо вычертить отдельно две проекции основания, соединив проекции точек линиями связи (рис.7). Затем плоскость Δ ABC нужно поворачивать вокруг горизонтали либо вокруг фронтали до тех пор, пока она не займет положение, параллельное плоскости проекций $П_1$ или $П_2$.

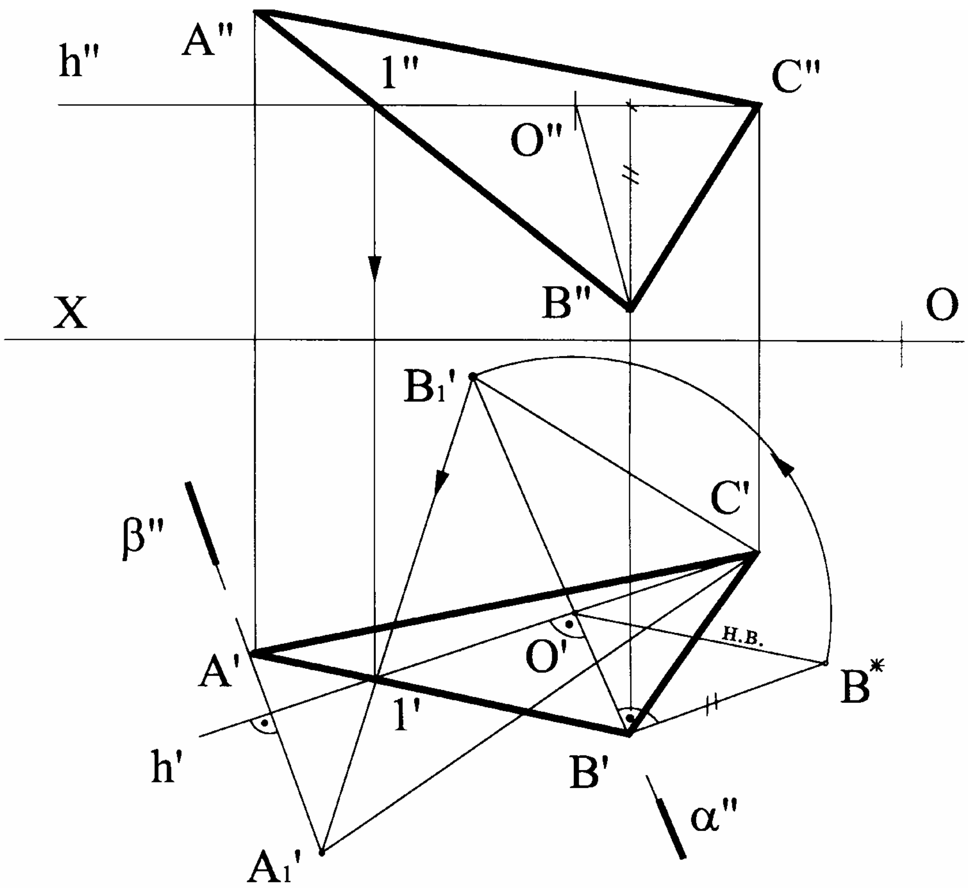


Рис. 7. Определение натуральной величины треугольника методом вращения вокруг горизонтали

На рис.7 дан пример решения подобной задачи. В плоскости Δ ABC проведена горизонталь h (h', h") через вершину C(C',C"). При вращении Δ ABC вокруг горизонтали точки B(B',B") и A(A',A") должны вращаться в горизонтально-проецирующих плоскостях α' и β'. Эти плоскости будут перпендикулярны к горизонтали, которая является осью вращения. Центр вращения точек лежит на пересечении плоскостей вращения с осью вращения h (h', h").Точки C(C',C") и 1(1',1") будут вращаться вместе с осью вращения, не меняя своего положения. Повернем точку B(B',B") вокруг горизонтали (центр вращения O'). Для этого найдем ее радиус вращения. B'O' – горизонтальная проекция радиуса вращения, B"O" – фронтальная проекция радиуса вращения. Находим натуральную величину радиуса вращения (O'B*) методом прямоугольного треугольника или методом вращения вокруг проецирующей оси.

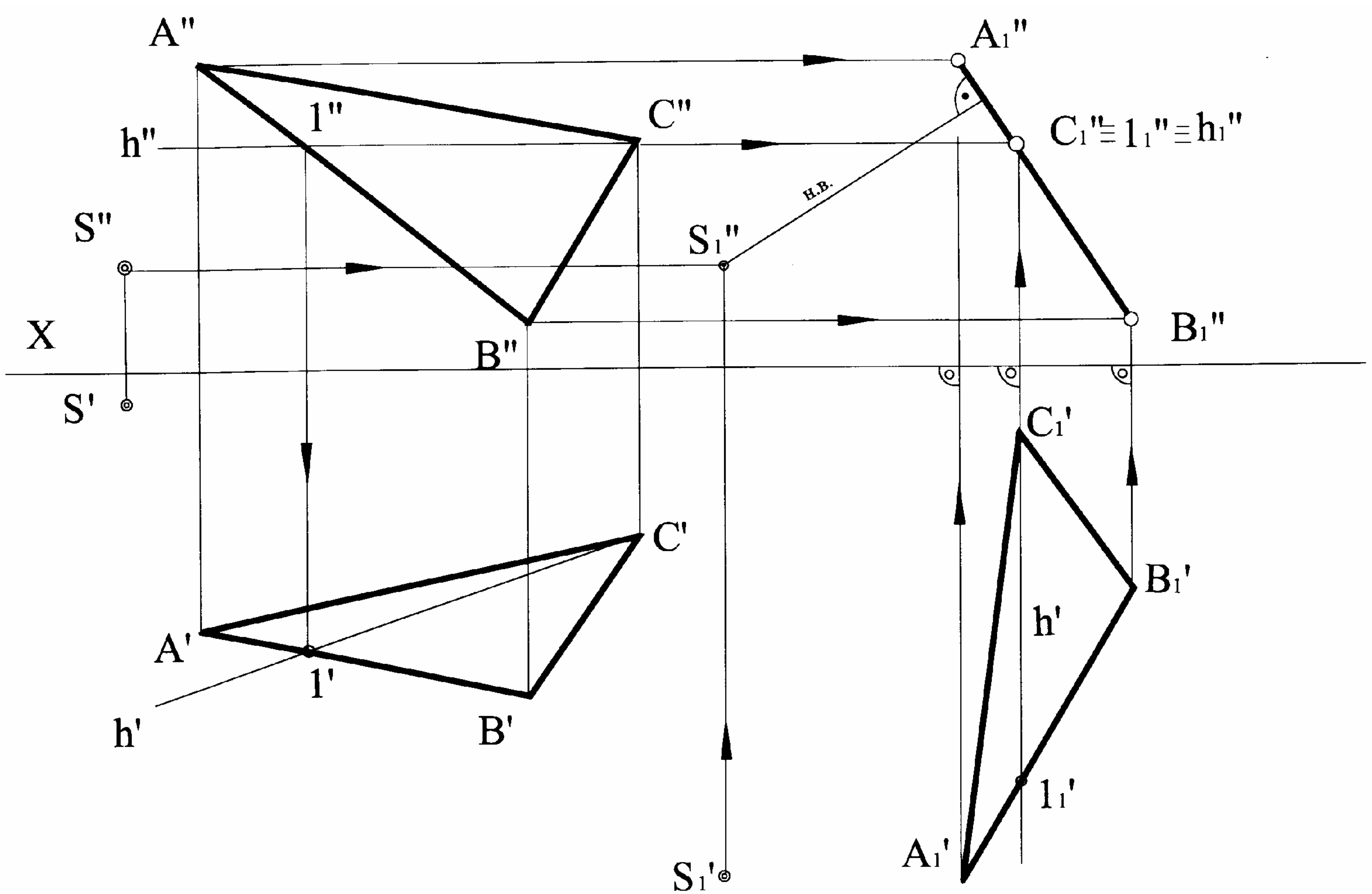


Рис. 8. Определение расстояния от вершины пирамиды до основания

Далее радиусом $O'B^*$ вращаем точку B^* до пересечения со следом плоскости α'. Получаем точку B_1'. Так как точка $1(1',1'')$ вращается вместе с осью и она неподвижна, то соединив точки B_1' и $1'$ прямой линией, получим горизонтальную проекцию стороны $B_1'A_1'$. Точка A_1' получена при пересечении прямой $B_1'1'$ со следом плоскости β', в которой она вращается. Таким образом, $\Delta C'B_1'A_1'$ является натуральной величиной треугольника ABC.

При решении той же задачи вращением вокруг фронтали все построения должны быть проведены на фронтальной плоскости проекций. Треугольник в этом случае вращается вокруг фронтали до положения, параллельного плоскости проекций Π_2.

3. Для определения высоты пирамиды, т.е. расстояния от т. S до плоскости треугольника ABC, необходимо отдельно начертить две проекции основания пирамиды и точки S (рис.8). Далее, используя метод плоскопараллельного перемещения, необходимо повернуть треугольник, который является плоскостью общего положения, так, чтобы эта плоскость оказалась перпендикулярной к плоскости Π_2. Для этого надо построить горизонталь h (h', h'') в Δ ABC и повернуть ее до положения, перпендикулярного к плоскости Π_2; тогда горизонталь спроецируется в точку, а плоскость треугольника будет фронтально-проецирующей. Необходимо отметить, что и точка S в пространстве должна вращаться вместе с треугольником. Чтобы найти положение точки S_1', необходимо из т. A_1' радиусом $A'S'$ провести дугу, а из точки C_1' радиусом $C'S'$ – другую дугу. Там где пересекутся дуги, и будет положение точки S_1'. Положение точки S_1'' определяется из построения, приведенного на рис.8. После того как треугольник занял частное положение, необходимо из т. S_1'' опустить перпендикуляр на линию $A_1''C_1''B_1''$. Длина перпендикуляра является искомым расстоянием.

4. Для определения величины двугранного угла при ребре AB необходимо отдельно начертить две проекции двугранного угла, образованного двумя треугольниками – ABC и ABS. На рис.9 дано решение способом перемены плоскостей проекций. Для этого введена дополнительная плоскость проекций $\Pi_3 \perp \Pi_2$, при этом ось X_1 параллельна $A''B''$.

На плоскости проекций Π_3 получена натуральная величина ребра AB – это проекция $A''' B'''$. Новая плоскость проекций Π_4 проведена перпендикулярно к плоскости проекций Π_3, при этом ось $X_2 \perp A''' B'''$. В результате на плоскости проекций Π_4 ребро AB проецируется в точку ($A_4 \equiv B_4$), а угол $C_4\ A_4\ S_4$ является искомым. Равные отрезки на новых плоскостях проекций отмечены соответствующими знаками, что видно в ходе построения (рис.9.)

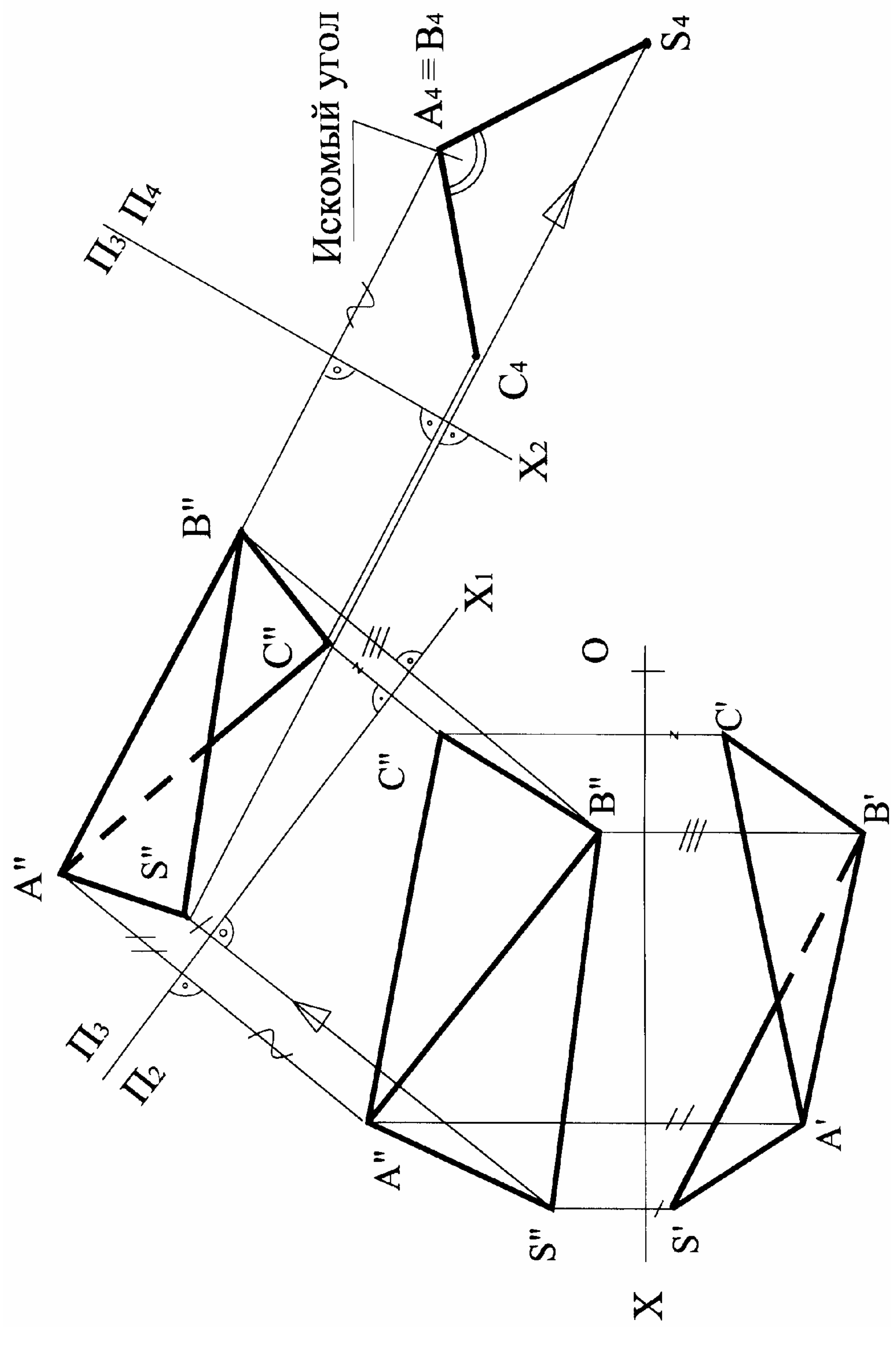


Рис. 9. Определение натуральной величины двугранного угла

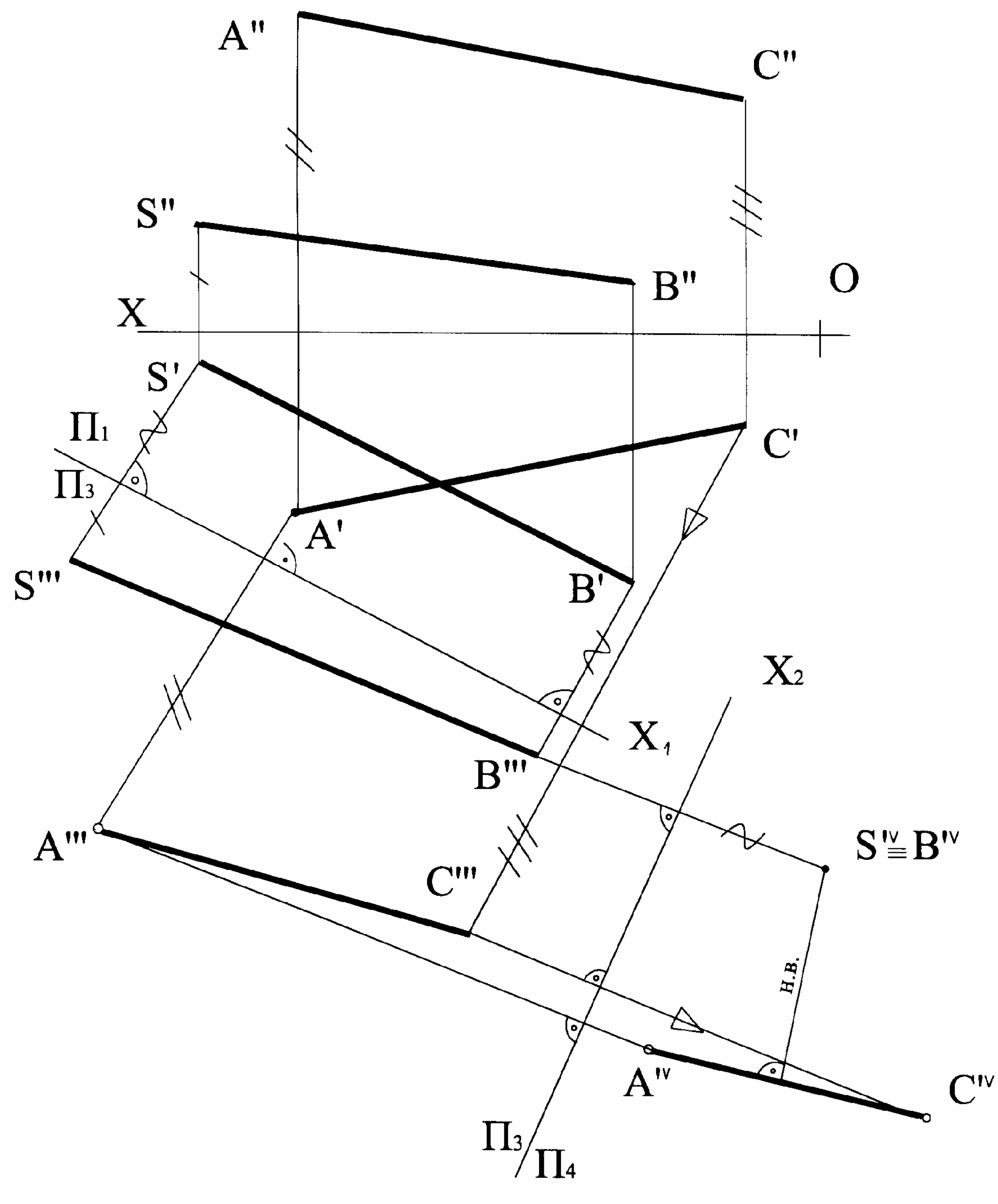


Рис. 10. Определение расстояния между скрещивающимися прямыми

5. Для определения кратчайшего расстояния между скрещивающимися прямыми AC и SB необходимо отдельно начертить две проекции прямых AC и SB. На рис.10 дано решение способом перемены плоскостей проекций. При решении задачи необходимо стремиться к тому, чтобы одна из прямых спроецировалась в точку. Для этого введена дополнительная плоскость проекций $П_3 \perp П_1$, при этом ось X_1 параллельна прямой S'B'. На плоскости $П_3$ получена натуральная величина прямой SB.

Новая плоскость проекций Π_4 проведена перпендикулярно плоскости проекций Π_3, при этом ось $X_2 \perp S'''B'''$. При правильном проведении соответствующих построений на плоскости проекций Π_4 ребро SB проецируется в виде точки ($S^{IV} \equiv B^{IV}$). Далее из точки S^{IV} необходимо опустить перпендикуляр на прямую A^{IV} C^{IV}, длина которого является искомым расстоянием между скрещивающимися прямыми AC и SB. Ход построения понятен из чертежа (рис.10), на котором равные отрезки отмечены соответствующими знаками.

Пример выполнения данного графического домашнего задания приведен в приложении.

5. ПОСТРОЕНИЕ ПРИБЛИЖЕННЫХ РАЗВЕРТОК РАЗВЕРТЫВАЮЩИХСЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Представляя поверхность в виде гибкой, но не растяжимой пленки, можно говорить о таком преобразовании поверхности, при котором поверхность совмещается с плоскостью без складок и разрывов. Поверхности, которые допускают такое преобразование, называются развертывающимися, а фигура на плоскости, в которую поверхность преобразуется, называется разверткой поверхности. Построение разверток поверхностей имеет большое практическое значение при конструировании различных изделий из листового материала.

Развертка любой развертывающейся поверхности (кроме гранных) является приближенной. Это объясняется тем, что при развертке поверхности последнюю аппроксимируют поверхностями вписанных или описанных многогранников, имеющих грани в форме прямоугольников или треугольников. Поэтому при графическом выполнении развертки поверхности всегда приходится производить разгибание или спрямление кривых линий, принадлежащих поверхности, что неизбежно приводит к потере точности.

Основные свойства разверток.

1. Длины соответствующих линий на поверхности и на развертке равны.
2. Площадь, ограниченная линией на поверхности, равна площади, ограниченной соответствующей ей линией на развертке.
3. Угол между линиями на поверхности равен углу между соответствующими линиями на развертке.
4. Прямой линии на поверхности соответствует прямая линия на развертке.

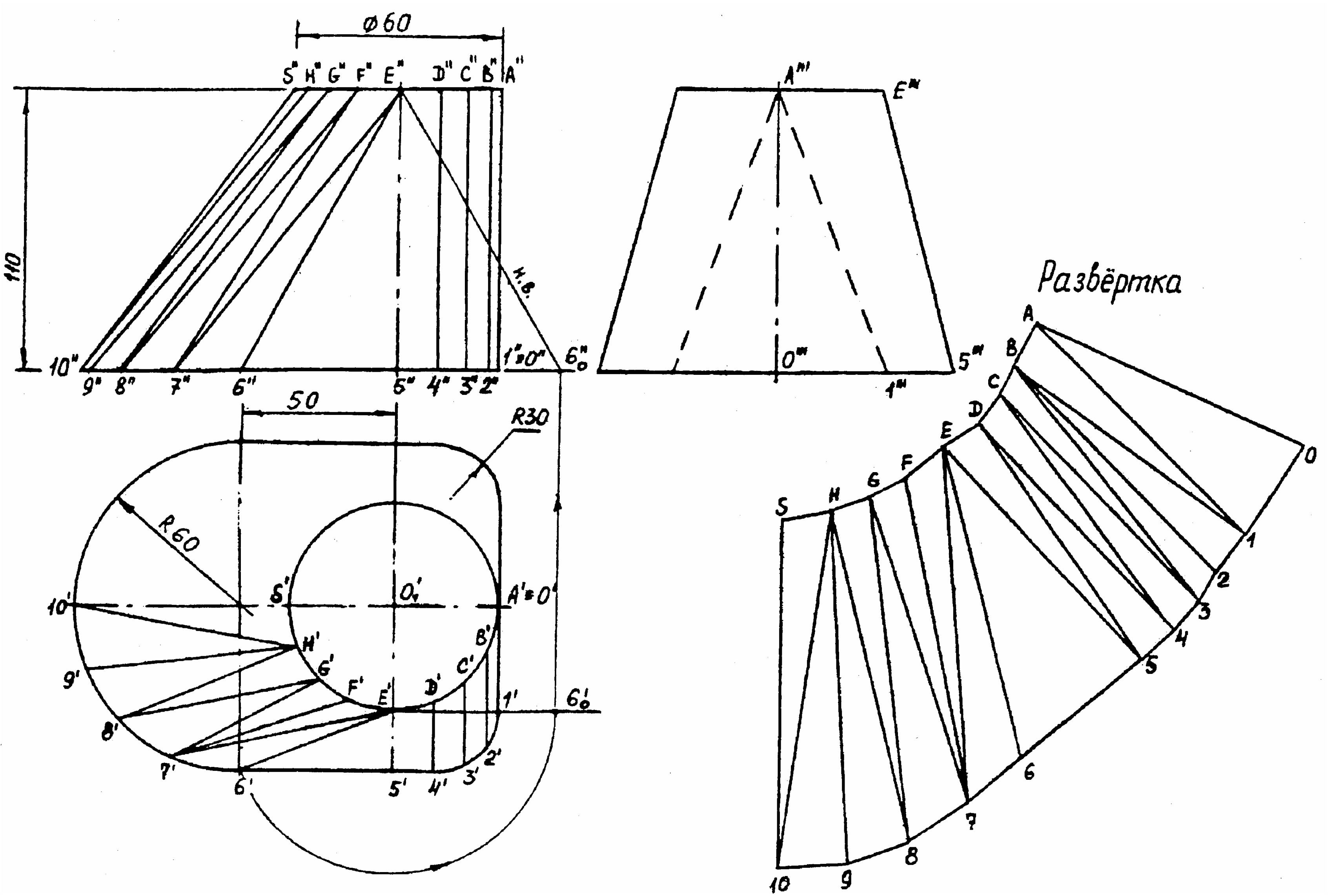


Рис. 11. Построение приближенной развертки поверхности

5. Параллельным прямым линиям на поверхности соответствуют параллельные прямые линии на развертке.

6. Кратчайшей линией, соединяющей две точки на поверхности, соответствует прямая линия на развертке.

Рассмотрим построение приближенной развертки боковой поверхности фигуры, изображенной на рис.11.

Основные этапы выполнения задания

1. На чертежном листе формата А2 нанести оси проекций и центр проекций, а затем построить три проекции данной фигуры в масштабе 1:1.

2. Заданную фигуру условными (тонкими) линиями необходимо разбить на элементарные поверхности (плоскости, цилиндрическую, коническую). В нашем примере задана фигура симметричная, поэтому будем выполнять развертку 1/2 всей поверхности. Слева направо получаем коническую поверхность SE-6,10, плоскость треугольника 6E5, цилиндрическую поверхность EA-1,5, треугольник A01. В свою очередь, коническую поверхность необходимо разбить на треугольники (SH10, H910, 8H9 и т.д.) и находить натуральные величины этих треугольников. А натуральные величины треугольников лучше определять через натуральные величины их сторон. Например, в нашем случае натуральная величина стороны E6 определена способом вращения. Для этого на горизонтальной плоскости проекций отрезок E'6' повернут вокруг точки E' в положении $E'6'_0$,т.е. сторона E6 стала параллельна плоскости проекций $П_2$.

Построение проекций точки $6''_0$ видно на рис.11. Проекция прямой $E''6''_0$ является натуральной величиной стороны E6. Построение развертки целесообразно начинать с построения стороны, натуральную величину которой можно легко определить. В нашем случае сторона АО равна проекции А"О". Далее находим натуральную величину стороны А1 и из точки А проводим дугу радиусом А1, а из точки О проводим дугу радиусом 01, т.к. проекция 0'1' является натуральной величиной прямой 01. В пересечении этих дуг отмечаем точку 1. Таким образом, на развертке построена натуральная величина треугольника А01 (использован известный метод построения треугольника по трем сторонам). Затем найдены натуральные величины треугольников А1В, 1В2, 2В3 и т.д. В результате получена приближенная развертка всей фигуры. Пример выполнения данного графического домашнего задания приведен в приложении.

6. ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

В общем случае линию пересечения двух поверхностей между собой строят по точкам, которые находят с помощью вспомогательных секущих поверхностей (или плоскостей). Выше уже было рассмотрено построение линии пересечения двух плоскостей. Для этого использовали две вспомогательные секущие плоскости.

Для построения линии пересечения криволинейных поверхностей берут не две, а несколько вспомогательных секущих поверхностей (или плоскостей) и находят необходимое число общих точек для проведения линии пересечения.

Общее правило построения линии пересечения поверхностей:

- выбирают вид вспомогательных поверхностей (сферы или плоскости);
- строят линии пересечения вспомогательных поверхностей с заданными поверхностями;
- находят точки пересечения построенных линий и соединяют их между собой плавной кривой.

Секущие плоскости следует проводить так, чтобы в сечении поверхности получались простые линии (окружности, треугольники, четырехугольники и т.д.)

При построении точек линии пересечения поверхностей вначале находят те точки, которые называют характерными, или опорными (высшую и низшую точку сечения, крайнюю левую и правую). Затем находят промежуточные точки и, соединяя их по лекалу, находят искомую линию пересечения.

Основные этапы выполнения задания

1. На чертежном листе формата А2 необходимо нанести оси и центр проекций, а затем построить три проекции заданных фигур в масштабе 1:1.

2. Построение линии пересечения необходимо начинать с определения опорных (характерных) точек. В нашем примере (рис.12) опорными точками являются точки пересечения ребер призмы с поверхностью тора, а также крайние точки на осях цилиндра. К таким точкам можно отнести следующие: К, М, Д, Н, С, А, В, N, 5, 6, 7, 8. После нахождения опорных точек необходимо найти промежуточные точки линии пересечения. Для этого будем использовать метод

секущих плоскостей. Количество вспомогательных плоскостей берется из условия получения достаточного числа точек искомой линии пересечения поверхностей.

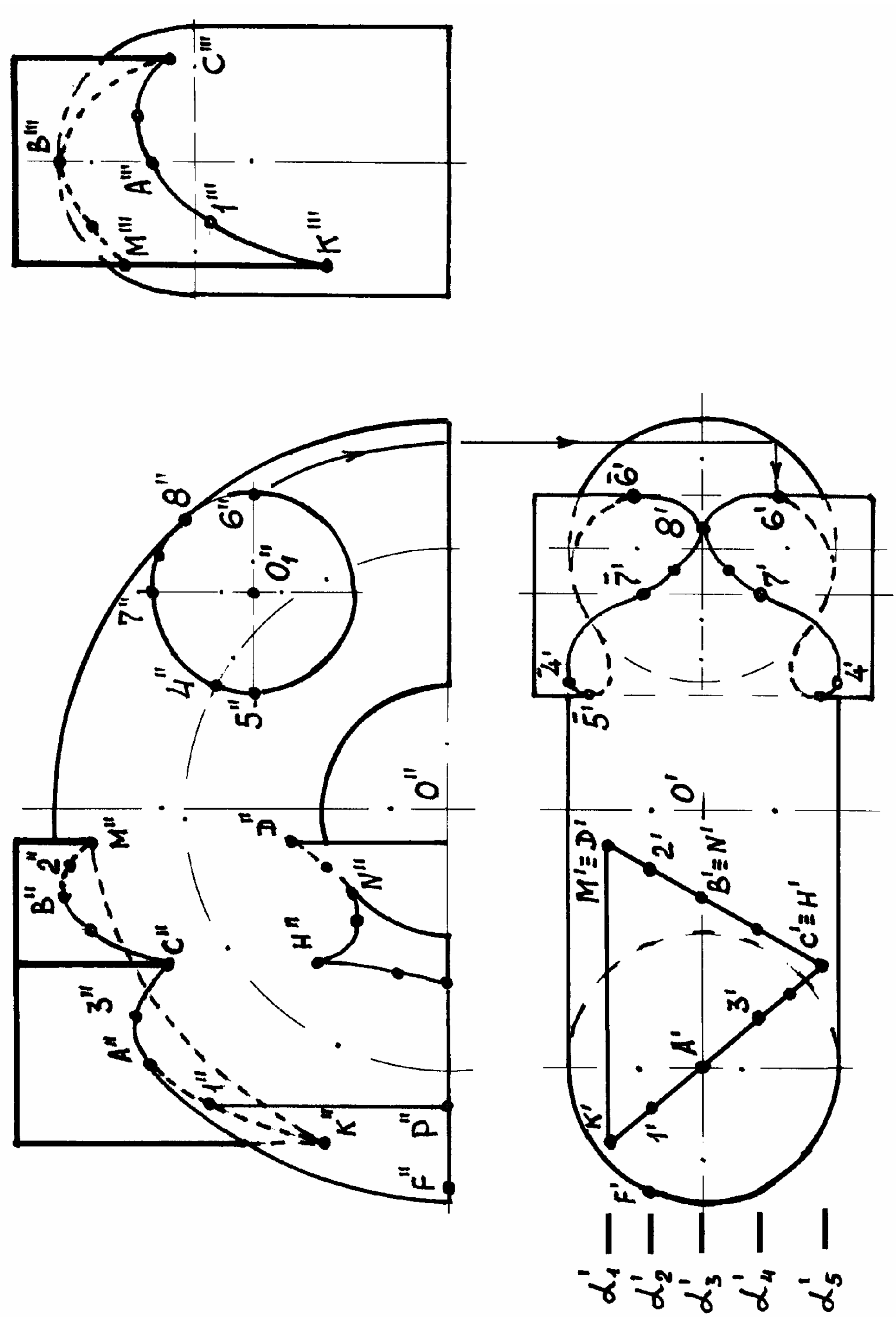


Рис. 12. Построение линии пересечения поверхностей

Проведем вспомогательные горизонтально-проецирующие плоскости ($\alpha 1$, $\alpha 2$ и т.д.) и будем строить линии пересечения данных фигур с этими плоскостями.

Плоскости рассекают поверхность тора по окружностям соответствующего радиуса (от оси до очерка), а поверхность призмы – по прямым. При пересечении окружности с прямой получаем точку, которая принадлежит линии пересечения. Так, для нахождения точки 1(1',1") проведена вспомогательная плоскость $\alpha 2'$, которая рассекает тор по окружности радиусом O"F", а поверхность призмы – по прямой 1"P". При пересечении окружности с прямой получены проекции точки пересечения – 1' 1".

Аналогичным образом найдены точки A, B, C, H, M, N, D, 2, 3, по которым построена искомая линия пересечения.

Чтобы отделить видимую часть линии пересечения от невидимой, необходимо найти точки перехода. Для этого проведена вспомогательная фронтальная плоскость $\alpha 3'$, которая совпадает с осью симметрии тора на горизонтальной плоскости проекций. В результате получены точки A,B,N (при пересечении тора и призмы), которые являются точками перехода видимой части линии пересечения к невидимой.

При построении линии пересечения тора и цилиндра использовали те же секущие плоскости. Так, плоскость $\alpha 2'$ рассекает поверхность тора по окружности радиусом O"F", а поверхность цилиндра – по окружности радиусом $O''_1 5''$. При пересечении двух окружностей найдена точка 7" и ее горизонтальная проекция 7'. Точки 4 и 6 являются точками перехода от видимой части линии пересечения к невидимой.

На фронтальной плоскости проекций линия пересечения тора и цилиндра совпадает с окружностью радиусом $O''_1 5''$. Поэтому на горизонтальной плоскости проекций точки, лежащие на этой окружности, могут быть найдены по следующему правилу: положение точки на поверхности вращения определяется при помощи окружности, проходящей через эту точку на поверхности вращения. Например, чтобы найти точку 6', необходимо провести дугу радиусом O"6" до пересечения с основанием тора, полученную точку перенести на горизонтальную плоскость проекций. Далее необходимо провести линию (образующую тора) параллельно оси X до пересечения с образующей цилиндра. Таким образом, могут быть найдены точки 8',7',4',5' и т.д.

3. При обводке чертежа невидимые части линии пересечения обводятся штриховыми линиями, а видимые – сплошными основными линиями. Линию пересечения рекомендуется обвести красным цветом. На профильной плоскости проекций (рис.12) показана только линия пересечения поверхности тора и призмы. Пример выполнения данного графического домашнего задания приведен в приложении.

7. ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ПАРАБОЛОИДА СО СФЕРОЙ

Построить линию пересечения гиперболического параболоида, заданного двумя направляющими m (m', m'') и n (n', n'') и плоскостью параллелизма Π_1, со сферой с центром в точке O (O', O''). Поверхности заданы на рис.13.

Основные этапы выполнения задания

1. На белом листе формата А2 нанести оси и центр проекций, а затем построить две проекции сферы с центром в точке O в масштабе 1:1.

2. Прежде чем строить линию пересечения, нужно построить образующие гиперболического параболоида. Так как горизонтальная плоскость Π_1 есть плоскость параллелизма, то фронтальные проекции образующих будут идти параллельно оси X чертежа Монжа. Проводим несколько образующих, начиная построение с фронтальной проекции: 1''9'', 2''10'', 3''11''………8''16''. Находим по линиям связи горизонтальные проекции образующих: 1'9', 2'10'……..8'16'.

3. Построив образующие гиперболического параболоида, начинаем построение искомой линии пересечения. Выбираем метод вспомогательных секущих плоскостей. Образующие гиперболического параболоида заключаем в горизонтальные плоскости α_1'', α_2'', α_3'' ………. α_8''. Такие плоскости пересекут сферу по окружностям, которые на горизонтальную проекцию будут проецироваться без искажения. Окружности, пересекаясь с образующими, дадут искомые точки линии пересечения.

Например, вспомогательная плоскость α_3'' рассекает сферу по окружности, а образующая 3'11', пересекаясь с ней, дает искомые точки $3'_0 11'_0$. Затем по линиям связи (на них показаны стрелочки) находим на фронтальной проекции образующей 3''11'' точки $3''_0 11''_0$. Построим таким образом точки $2'_0 10'_0$……..$7'_0 15'_0$, а также точки

$2''_0 10''_0 \ldots\ldots 7''_0 15''_0$. Далее надо на горизонтальной проекции соединить эти точки плавной линией, учитывая ее касание в точках $4'_0 12'_0$ большого круга (очерка сферы). Построив кривую на горизонтальной проекции, находим ее точки пересечения A' и B' с вертикальным диаметром сферы, проходящим через точку O'. Этот вертикальный диаметр есть горизонтальная проекция большого круга на сфере, плоскость которого параллельна фронтальной плоскости проекций Π_2.

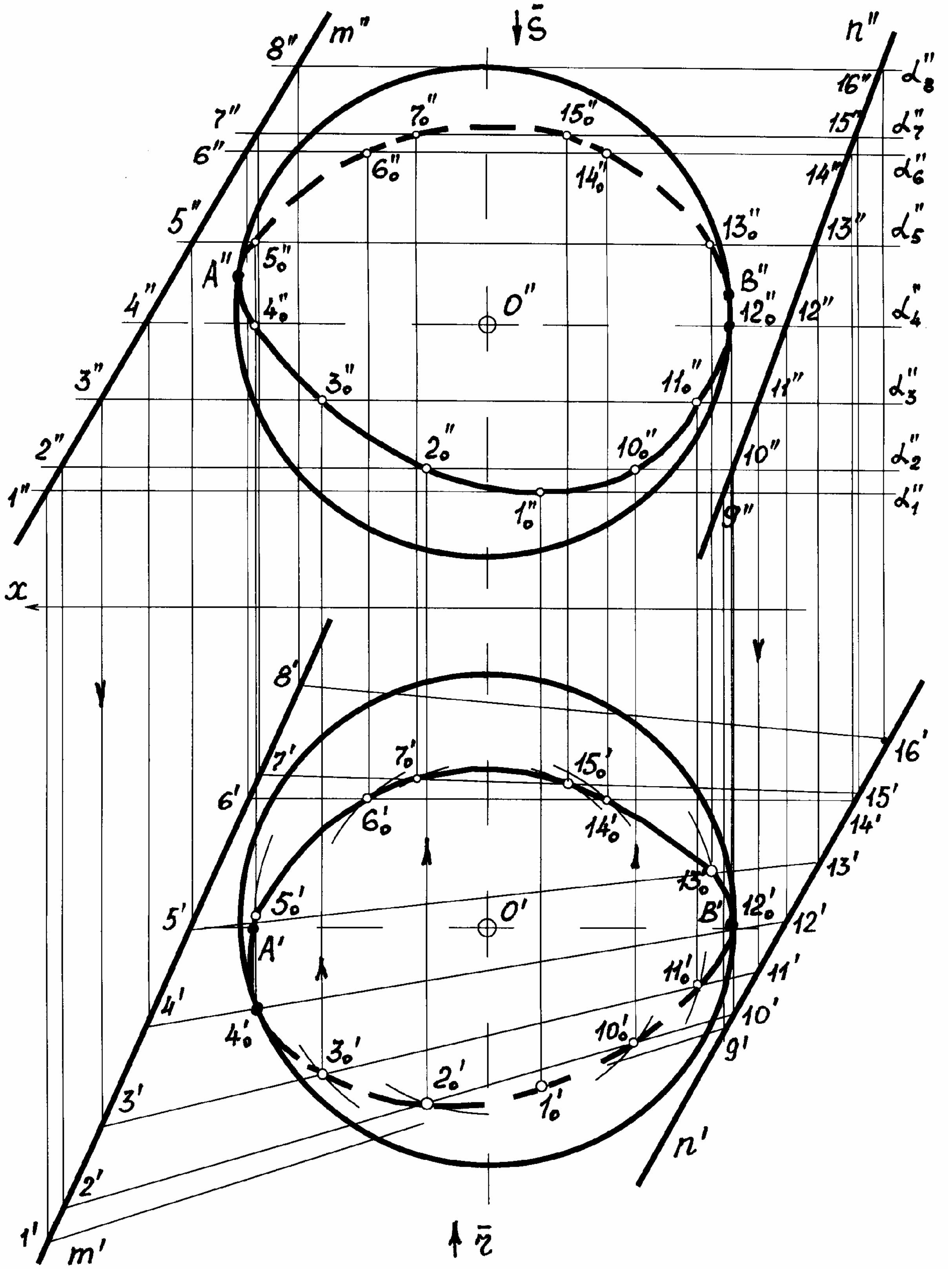


Рис. 13. Пересечение гиперболического параболоида со сферой

Тогда этот круг будет проецироваться на фронтальную плоскость проекций без искажения, т.е. в очерковый круг. Через точки A' и B' проводим линии связи до пересечения с этим очерковым кругом в точках A" и B". Значит, точки A" и B" принадлежат очерковому кругу. Теперь можно соединить плавной кривой точки на профильной проекции, учитывая касание этой кривой очеркового круга в точках A" и B".

4. Определим видимость линии пересечения на горизонтальной проекции. Для этого посмотрим по стрелке S (рис. 13). Все точки сферы, которые мы увидим в направлении S, будут видны на горизонтальной проекции. В направлении S будет видна верхняя полусфера, а следовательно, видны точки A", 5_0", 6_0", 7_0", 15_0", 14_0", 13_0", B", 12_0". Поэтому точки A', 5_0', 6_0', 7_0', 15_0', 14_0', 13_0', B', 12_0' будут видны на горизонтальной проекции, и мы их должны соединить сплошной основной линией.

На другой полусфере точки 4_0", 3_0", 2_0", 1_0", 10_0",11_0" мы, глядя по стрелке S, не увидим, т.к. это – нижняя полусфера. Поэтому точки 4_0', 3_0', 2_0', 1_0', 10_0', 11_0' нужно соединить штриховой линией.

5. Определим видимость линии пересечения на фронтальной плоскости проекций. Для этого посмотрим по стрелке r. Все точки сферы, которые мы увидим в направлении r, будут видны на фронтальной плоскости проекций. В направлении r будет видна только передняя полусфера, а следовательно, видны точки: A', 4_0', 3_0', 2_0',1_0', 10_0', 11_0', B'.

Поэтому точки A", 4_0", 3_0", 2_0",1_0", 10_0", 11_0", B" будут видны на фронтальной проекции, и мы их должны соединить сплошной основной линией. На другой полусфере точки 5_0', 6_0', 7_0', 15_0', 14_0', 13_0' мы не увидим, глядя по стрелке r, т.к. это будет задняя полусфера. Поэтому точки 5_0", 6_0", 7_0", 15_0", 14_0", 13_0" надо соединить штриховой линией.

Пример выполнения данного графического домашнего задания приведен в приложении.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

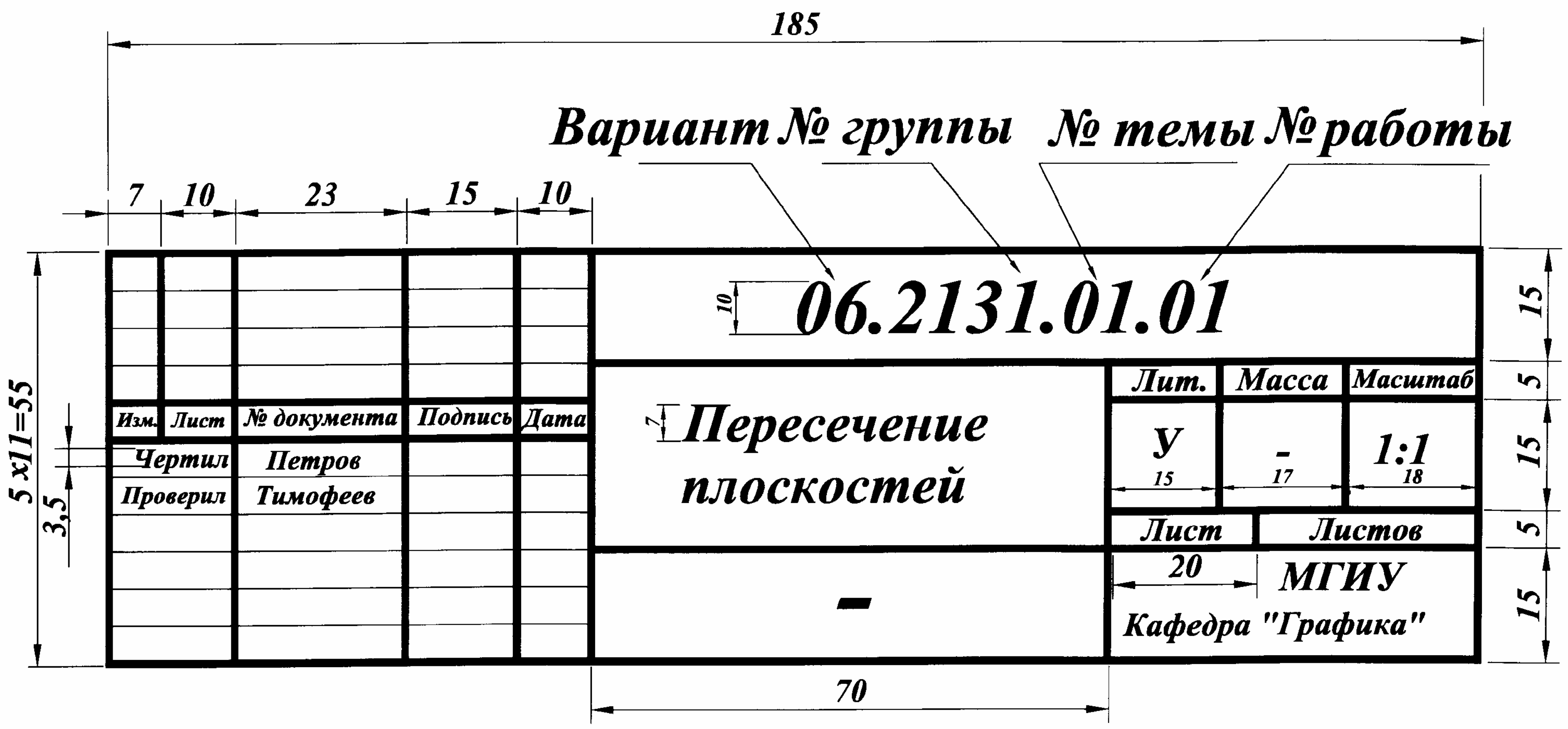
1. Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии: Учебное пособие для втузов. – 24-е изд. – М.: Высшая школа, 2000. – 272 с.: ил.

2. Гордон В.О., Иванов Ю.Б., Солнцева Т.Е. Сборник задач по курсу начертательной геометрии. – 7-е изд. – М.: Высшая школа, 2000. – 320 с.: ил.

3. Чекмарев А.А. Начертательная геометрия и черчение: Учеб. для студ.высш. учеб. заведений. – 2-е изд. – М.: Гуманит. изд. центр. ВЛАДОС, 2002. – 472 с.: ил.

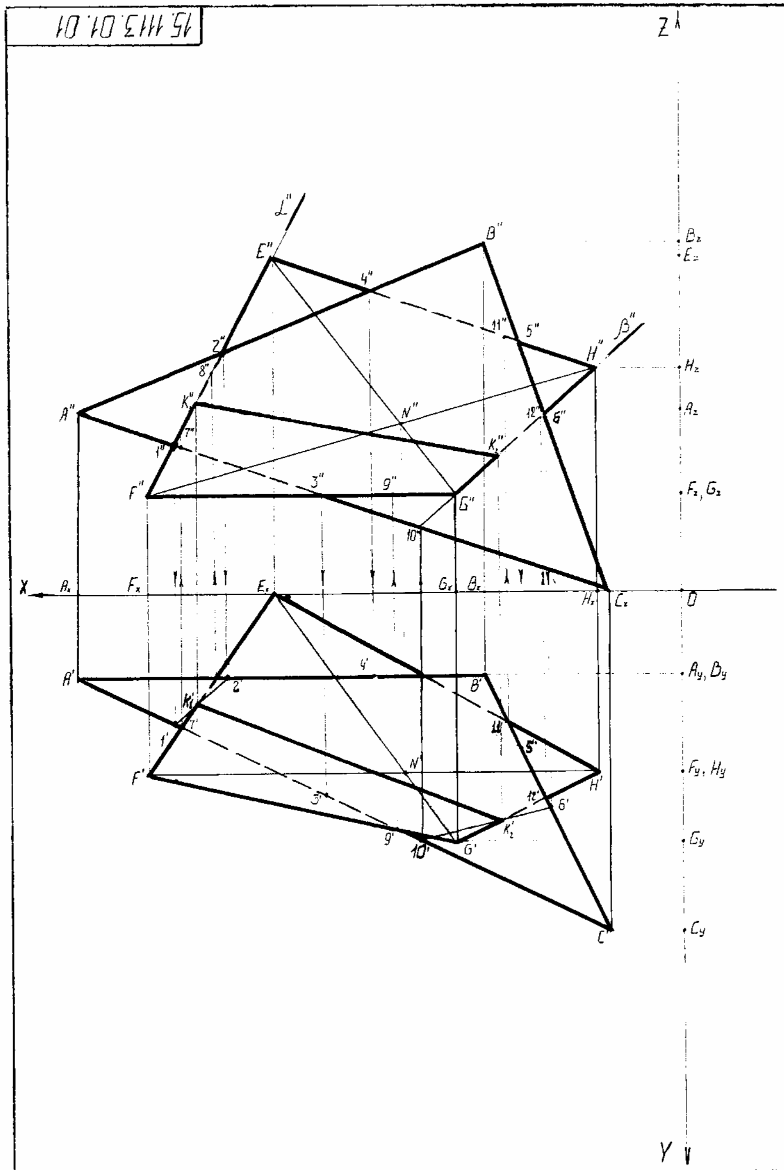
4. Демин В.А., Зубков В.А., Луцкий Д.О. Способы преобразования чертежа: Учебное пособие. – М.: МГИУ, 2001. – 83 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ



Пример оформления основной надписи чертежа

15.1113.01.01



Дано:

	A	B	C	E	F	G	H
X	215	70	26	145	190	80	30
Y	30	30	122	0	65	90	–
Z	65	125	0	120	35	35	80

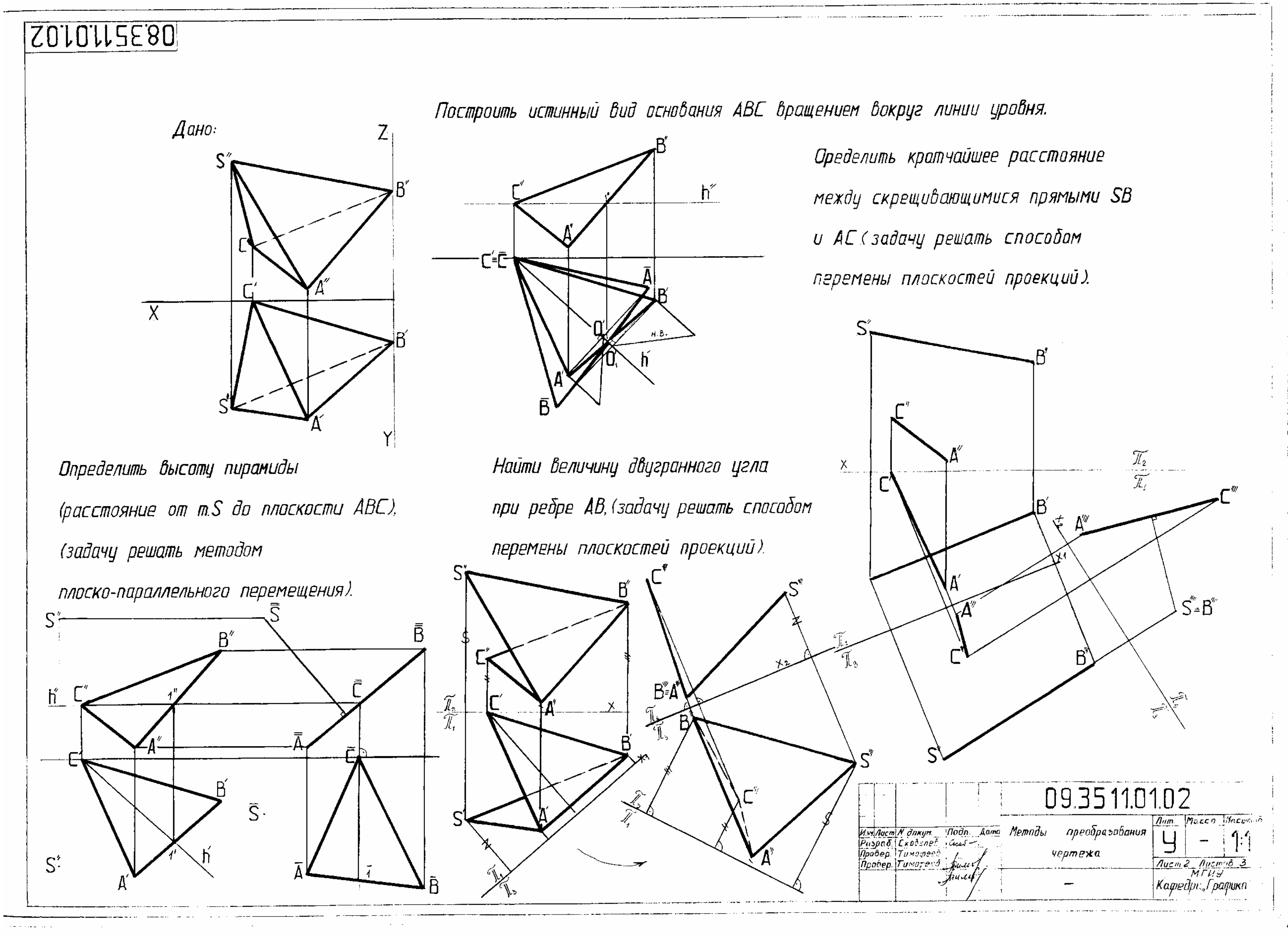
Построить: Линию пересечения плоскости треугольника ABC и плоскости четырёхугольника EFGH.

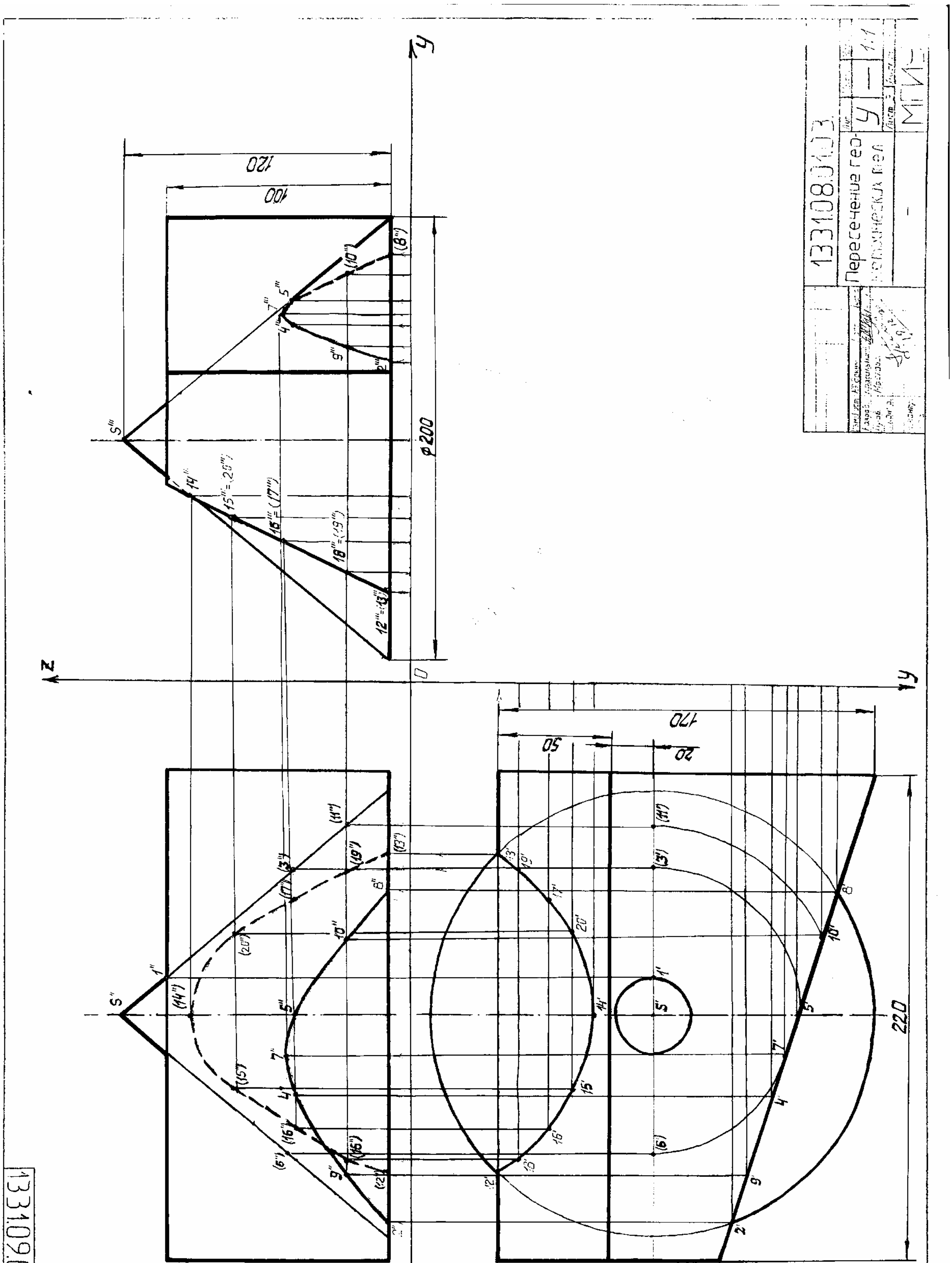
Определение видимости:

синие точки – горизонтально-конкурирующие;

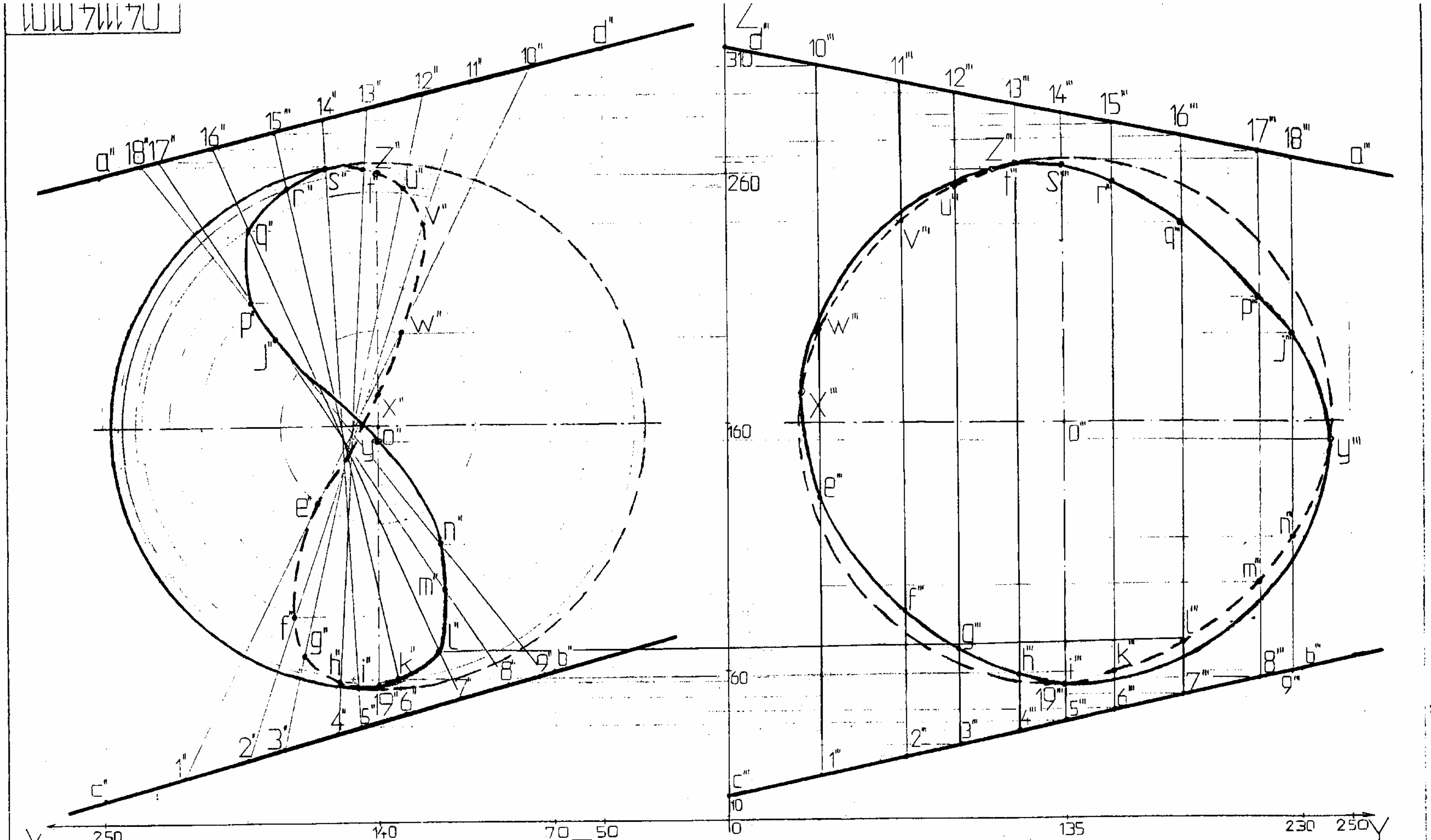
красные точки – фронтально-конкурирующие.

Изм. Лист	№ докум.	Подп.	Дата	16.1113.01.01	
Разраб.	Рослый И.А.			Пересечение Плоскостей	Масса – Масштаб 1:1
Проверил	Тимофеев В.Н.			–	Лист 1 Листов 3 МГИУ


08.3511.01.02
Построить истинный вид основания АВС вращением вокруг линии уровня.
Дано:
Определить кратчайшее расстояние
между скрещивающимися прямыми SB
и AC (задачу решать способом
перемены плоскостей проекций).
Определить высоту пирамиды
(расстояние от т.S до плоскости ABC),
(задачу решать методом
плоско-параллельного перемещения).
Найти величину двугранного угла
при ребре АВ, (задачу решать способом
перемены плоскостей проекций).
09.3511.01.02
Методы преобразования
чертежа
Лит.
Масса
Масштаб
У
1:1
Лист 2
Листов 3
МГИУ
Кафедра „Графика"
Изм.
Лист
№ докум.
Подп.
Дата
Разраб.
Проверил
Пробер.
Тимофеев


1331.09.01.03.
Пересечение гео-
метрических тел
МГИ
ø200
220
170
120
100
50
20

04.1114.01.01

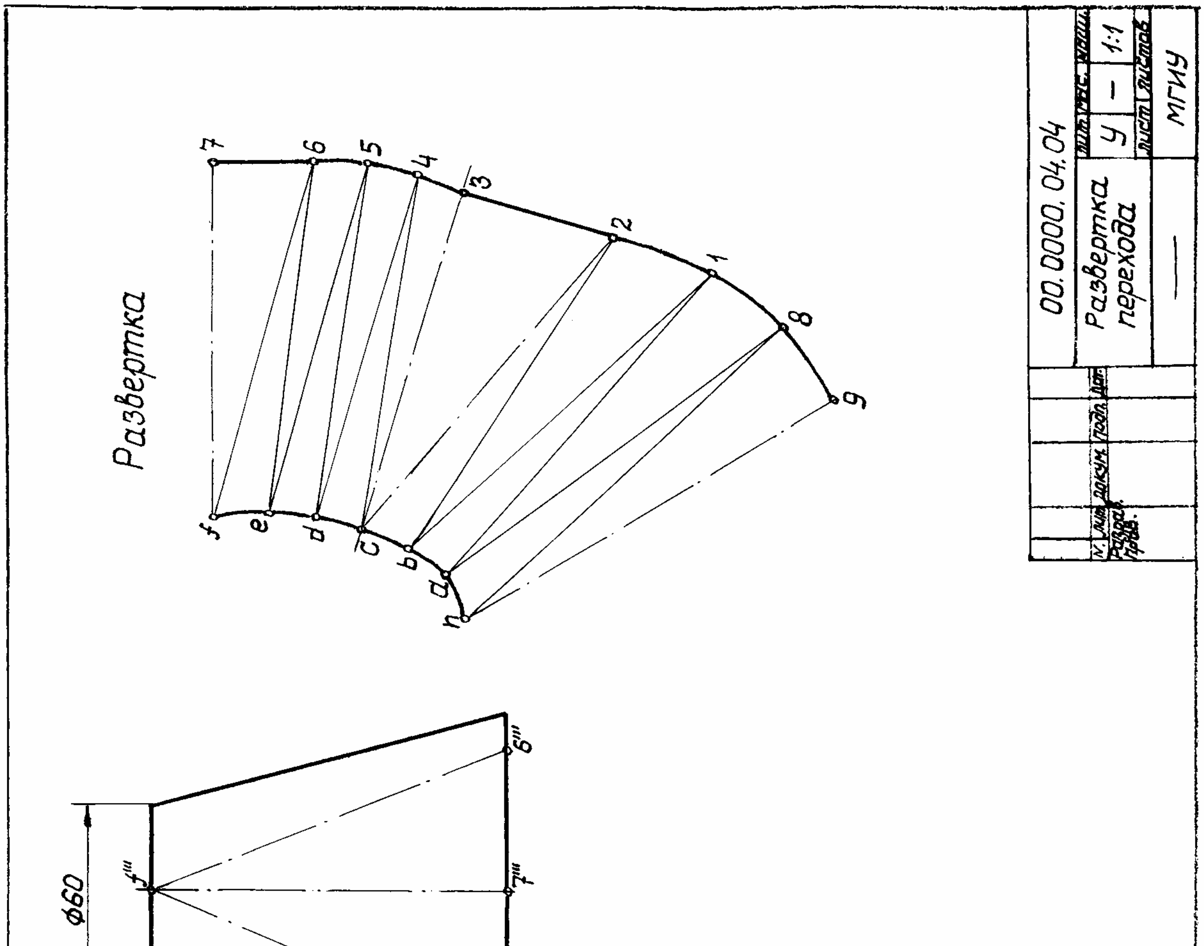


X **Построить:**
линию пересечения данных поверхностей с определением видимости

Сфера: центр O
Радиус R=106 мм
Гиперболический пара-д напр-ие AD,BC
Пл-ть параллелизма $П_2$

	A	B	C	D	O
X	250	70	250	50	140
Y	250	230	0	0	135
Z	260	60	10	310	160

				04.1114.01.01			
Изм/Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Пересечение поверхностей	Лит	Масса	Масштаб
Чертил	Грысев				У	–	1:1
Пров.	Маслова			–	Лист 1	Листов 1	
					МГИУ Каф. „Графика"		


Развертка
00.0000.04.04
Развертка перехода
МГИУ
1:1
Ф60
R30
R60
50
Н.В.