МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Кафедра прикладной математики

В.А. МОЛЧАНОВ, В.Е. НОВИКОВ, Т.М. ОТРЫВАНКИНА
П.Н. ПРОНИН, В.Е. ФИРСТОВ

СБОРНИК ТЕМ КУРСОВЫХ РАБОТ ПО МАТЕМАТИКЕ (АЛГЕБРА, МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА, ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА)

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Рекомендовано и изданию Редакционно-издательским советом
государственного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Оренбург 2004

ББК 22.1 я73
С 23
УДК 51(075)

Рецензент
доктор физико-математических наук, профессор В.В. Розен

С 23 **Сборник тем курсовых работ по математике (алгебра, математическая логика, дискретная математика)/ В.А. Молчанов, В.Е. Новиков, Т.М. Отрыванкина, П.Н. Пронин, В.Е. Фирстов. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2004. – 68 с.**

Сборник содержит 98 тем курсовых работ по различным разделам математики. Каждая работа сопровождается кратким содержанием вопроса, постановкой задачи и планом ее выполнения с ссылками на литературные источники. Рекомендуемый подробный план работы поможет студенту в организации самостоятельной работы над выбранной темой.

Методические указания предназначены для студентов специальностей 010100 – Математика, 010200 – Прикладная математика и информатика, 351500 – Математическое обеспечение и администрирование информационных систем.

ББК 22.1 я73

Введение

Выполнение курсовой работы – важный этап подготовки квалифицированного специалиста; оно способствует развитию навыков самостоятельной исследовательской работы, умения творчески работать с литературой. В ходе выполнения работы преследуются задачи систематизации, закрепления и расширения профессиональных знаний, применения этих знаний и навыков при разработке исследуемых вопросов и проблем.

Настоящий сборник тем курсовых работ по избранным разделам математики предназначен для студентов очного и заочного отделений механико-математических факультетов университетов. Его цель – помочь студентам определиться в выборе темы курсовой работы, в составлении ее плана и в выполнении курсовой работы. Для этого каждая из предлагаемых тем курсовой работы сопровождается кратким содержанием вопроса, постановкой задачи и подробным планом ее выполнения, который охватывает необходимый теоретический материал и различные типы рассматриваемых в работе задач и примеров. При этом в плане приводятся ссылки (с указанием страниц или параграфов) на основные литературные источники, дополнительные источники в списке литературы рассчитаны на более глубокое знакомство с материалом. Степень конкретизации плана неодинакова и определяется характером темы. Предполагается, что в каждом случае студент должен основательно изучить определенный теоретический материал (который, как правило, непосредственно связан с одним из разделов университетской программы по математическим дисциплинам), подробно и грамотно изложить его, а затем самостоятельно разобрать несколько примеров и решить ряд задач по данной теме. Рекомендуемый подробный план поможет студенту в организации самостоятельной работы над выбранной темой курсовой работы.

Сборник состоит из четырех частей. Первая из них содержит темы курсовых работ по алгебре и теории чисел, вторая – темы по математической логике, третья – темы по дискретной математике и заключительная четвертая часть - темы по смежным разделам математики. Деление тем по разделам иногда условно, поскольку некоторые из них носят пограничный характер или только отчасти примыкают к одному из перечисленных разделов.

В заключительном разделе сборника излагаются основные требования, предъявляемые к курсовым работам, и приводятся образцы оформления титульного листа работы, списка цитируемой литературы. В этом же разделе указано примерное разбиение тем, предлагаемых в сборнике, по курсам.

1 АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

Тема 1. Алгебра бинарных отношений и отображений

Понятие бинарного отношения играет фундаментальную роль в алгебре, геометрии, математическом анализе и других разделах математики. В курсовой работе необходимо изучить основные операции над бинарными отношениями, доказать их свойства, проанализировать классификацию бинарных отношений на основе свойств этих операций и доказать основные теоремы об известных алгебрах отношений. Рекомендуется следующий план работы.

1 Рассмотреть понятия декартова произведения множеств и бинарного отношения, показать их взаимосвязь с матрицами и графами (/1/, § 1.2).

2 Разобрать основные операции над бинарными отношениями, доказать их свойства и проанализировать классификацию бинарных отношений на основе свойств этих операций (/1/, § 1.2).

3 Доказать теоремы об известных алгебрах отношений (/1/, § 1.2).

Решить задачи 1.5.7, 1.5.8, 1.5.9, 1.5.14, 1.5.16, 1.5.17, 1.5.21, 1.5.26, 1.5.27 из /2/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Богомолов А.М., Салий В.Н. Алгебраические основы теории дискретных систем. – М.: Наука, 1997.

2 Куликов Л.Я., Москаленко А.И., Фомин А.А. Сборник задач по алгебре и теории чисел. – М.: Просвещение, 1993.

Тема 2. Отображения и фактор-множества

Понятие отображения играет фундаментальную роль в алгебре, геометрии, математическом анализе и других разделах математики. В курсовой работе необходимо изучить основные свойства отображений, проанализировать их классификацию и доказать основные теоремы о разложении отображений и фактор-множествах. Рекомендуется следующий план работы.

1 Рассмотреть понятие отображения как однозначного бинарного отношения, изучить классификацию отображений и основные операции над отображениями, доказать основные свойства этих операций (/1/, глава 1, пп. 2,3).

2 Разобрать геометрический метод изображения свойств отображений коммутативными диаграммами и понятие фактор-множества (/1/, глава 1, п. 3).

3 Доказать основную теорему о разложении отображений и теорему о фактор-множествах (/1/, теоремы 3.1, 3.3).

Решить задачи 1.6.1, 1.6.3, 1.6.6, 1.6.18, 1.6.20, 1.6.21, 1.6.23-1.6.27 из /2/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Кон П., Универсальная алгебра. – М.: Мир, 1968.
2 Куликов Л.Я., Москаленко А.И., Фомин А.А. Сборник задач по алгебре и теории чисел. – М.: Просвещение, 1993.

Тема 3. Отношения эквивалентности

Понятие отношения эквивалентности играет важную роль в алгебре, геометрии, математическом анализе и других разделах математики. В курсовой работе необходимо изучить характеристические свойства отношения эквивалентности, проанализировать их взаимосвязь с разбиениями множества и доказать основные теоремы об операциях над отношениями эквивалентности. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить характеристические свойства отношения эквивалентности и установить взаимосвязь таких отношений с разбиениями множества и фактор-множествами (/1/, § 1.3).

2 Рассмотреть основные операции над отношениями эквивалентности и доказать их свойства (/1/, § 1.3, /2/, глава 2, § 4).

3 Разобрать примеры отношений эквивалентности из алгебры, геометрии и дискретной математики (/1/, § 1.3, /2/, глава 2, § 4).

Решить задачи 1.7.1, 1.7.3, 1.7.4, 1.7.8, 1.7.10, 1.7.14, 1.7.16 из /3/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Богомолов А.М., Салий В.Н. Алгебраические основы теории дискретных систем. – М.: Наука, 1997.
2 Шрейдер Ю.А. Равенство, сходство, порядок. – М.: Наука, 1971.
3 Куликов Л.Я., Москаленко А.И., Фомин А.А. Сборник задач по алгебре и теории чисел. – М.: Просвещение, 1993.

Тема 4. Отношения порядка

Понятие отношения порядка играет важную роль в алгебре, геометрии и дискретной математике. В курсовой работе необходимо изучить характеристические свойства отношения порядка, проанализировать их классификацию и доказать основные теоремы о вполне упорядоченных множествах. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить характеристические свойства отношения порядка и проанализировать их классификацию (/1/, глава 1, р. 4, /2/, § 1.4, /3/, глава 4, § 1).

2 Рассмотреть основные операции над отношениями порядка и доказать их свойства (/1/, глава 1, р. 4, /2/, § 1.4, /3/, глава 4, § 2).

3 Доказать основные теоремы о свойствах вполне упорядоченных множеств (/1/, глава 1, р. 4).

Решить задачи 1.8.1, 1.8.4, 1.8.5, 1.8.8, 1.8.9, 1.8.12, 1.8.22, 1.8.23 из /4/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы
1 Кон П. Универсальная алгебра. – М.: Мир, 1968.
2 Богомолов А.М., Салий В.Н. Алгебраические основы теории дискретных систем. – М.: Наука, 1997.
3 Шрейдер Ю.А. Равенство, сходство, порядок. – М.: Наука, 1971.
4 Куликов Л.Я., Москаленко А.И., Фомин А.А. Сборник задач по алгебре и теории чисел. – М.: Просвещение, 1993.

Тема 5. Формула Бине-Коши

Формула Бине-Коши является известным результатом теории матриц, который обобщает свойства определителя квадратных матриц. В курсовой работе необходимо разобрать доказательство формулы Бине-Коши и рассмотреть её важнейшие следствия. Рекомендуется следующий план работы.

1 Определить миноры и определители матриц, изучить их основные свойства.

2 Доказать формулу Бине-Коши и её следствия (/1/, упражнения в главе 1).

Литература, рекомендуемая для изучения темы
1 Ланкастер П. Теория матриц. – М.: Наука, 1978.
2 Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М.: Наука, 1967.

Тема 6. Полиномиальные матрицы

Курсовая работа посвящена исследованию аппарата λ-матриц. В ней необходимо изучить каноническое представление λ-матриц и получить условия их эквивалентности. Рекомендуется следующий план работы.

1 Рассмотреть определения элементарных преобразований λ-матриц и эквивалентных λ-матриц. Доказать теорему о приведении λ-матриц к каноническому виду и показать. единственность канонического представления λ-матрицы (/1/, с. 205-213).

2 Установить критерий эквивалентности двух произвольных λ-матриц и двух матриц вида $A-\lambda E$ (/1/, с. 213-220).

3 Решить несколько задач на приведение λ-матриц к каноническому виду.

Литература, рекомендуемая для изучения темы
1 Гельфанд И. М. Лекции по алгебре. – М., 1971.
2 Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. – М., 1966.
3 Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М., 1965.

Тема 7. Системы линейных неравенств

Системы линейных неравенств играют важную роль в алгебре и теории оптимизации. В курсовой работе необходимо изучить метод решения систем линейных неравенств. Рекомендуется следующий план работы.

1 Рассмотреть основные свойства решений однородной системы линейных неравенств (/1/, § 10).

2 Изучить метод вычисления фундаментальной системы решений однородной системы линейных неравенств (/1/, § 11).

3 Описать подход к решению произвольной системы линейных неравенств (/1/, § 11).

4 Привести конкретные примеры вычислений фундаментальных систем решений систем линейных неравенств.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Солодовников А.С. Системы линейных неравенств. – М., 1977.

2 Черников С.Н. Линейные неравенства. – М., 1968.

Тема 8. Итерационные методы решения систем линейных уравнений.

Тема предлагаемой курсовой работы тесно примыкает к изучаемым в университетском курсе вопросам алгебры. Поэтому изложение материала рекомендуется начать с краткого обзора основных понятий и методов линейной алгебры, связанных с решением систем линейных уравнений. Затем необходимо разобрать следующие вопросы:

1 Метод итераций решения систем линейных уравнений (/1/, с. 291-295).

2 Метод Зейделя как разновидность метода итераций (/1/, с. 295-296).

3 Приведение системы линейных уравнений к виду, удобному для применения метода итераций (/1/, с. 297-300).

Выполнить упражнения 1-3 на с. 301 книги /1/. Составить блок-схемы решения систем линейных уравнений методом Гаусса и методом итераций.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Шевцов Г.С. Линейная алгебра: Учеб. пособие. – М.: Гардарики, 1999.

Тема 9. Число действительных корней многочлена с действительными коэффициентами

Исследование вопроса о вычислении корней многочленов когда-то составляло основное содержание высшей алгебры. В прикладных задачах важную роль играет также задача аппроксимации действительных корней многочлена путем указания достаточно точных границ области их расположения на числовой прямой. В курсовой работе необходимо познакомиться с задачей определения границ корней и разобрать вопрос о числе действительных корней многочлена с действительными коэффициентами. Рекомендуется следующий план работы.

1 Познакомиться с вопросом определения границ корней (/1/ гл. 9, § 39).

2 Исследовать систему Штурма, её свойства и доказательство её существования для всякого многочлена с действительными коэффициентами.

3 Доказать теорему Штурма (/1/ гл. 9, § 40).

4 Решить несколько задач по применению теоремы Штурма (по согласованию с руководителем работы).

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М., 1965.
2 Ван дер Варден Б. Л. Алгебра. – М., 1979.

Тема 10. Основная теорема алгебры

Основная теорема алгебры комплексных чисел дает решение проблемы существования корней многочленов. Эта теорема является одним из крупнейших достижений всей математики и находит применения в самых различных областях науки. Рекомендуется следующий план работы.

1 Доказать непрерывность многочлена как функции комплексного переменного используя методы классического математического анализа.

2 Доказать леммы о модуле старшего члена, о возрастании модуля многочлена и лемму Даламбера (/1/ гл. 5, § 23).

3 Доказать основную теорему с помощью леммы Даламбера.

4 Рассмотреть следствия из основной теоремы.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М., 1965.
2 Ван дер Варден Б. Л. Алгебра. – М., 1979.

Тема 11. Основная теорема о симметрических многочленах

Связь элементарных симметрических многочленов с формулами Виета является основой для применения симметрических многочленов к теории многочленов от одного неизвестного, и связанных с нею теории полей и теории Галуа. В курсовой работе необходимо рассмотреть кольцо многочленов от нескольких неизвестных, лексикографическое расположение членов многочлена, его свойства, доказать основную теорему о симметрических многочленах и теорему единственности. Рекомендуется следующий план работы.

1 Исследовать кольцо многочленов от нескольких неизвестных (/1/, гл. 11, § 51).

2 Определить лексикографическое расположение членов многочлена и его свойства.

3 Определить симметрические и элементарные симметрические многочлены и доказать основную теорему.

4 Доказать теорему единственности.

5 Решить несколько задач по применению основной теоремы о симметрических многочленах.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М., 1965.

2 Ван дер Варден Б. Л. Алгебра. – М., 1979.

Тема 12. Решение алгебраических уравнений в радикалах (история вопроса)

Проблема разрешимости алгебраических уравнений в радикалах занимает особое место в истории математики, так как долгое время являлась главной задачей алгебры. В курсовой работе необходимо проследить развитие методов решения алгебраических уравнений, начиная с Древнего Востока и заканчивая теорией Галуа. Рекомендуется следующий план работы.

1 Рассмотреть приёмы решения уравнений первой и второй степени, полученные на Древнем Востоке и Греции, привести примеры конкретных задач, в которых эти приёмы использовались (/1/, с. 43-45, 72-74; /2/, с. 3-26).

2 Осветить достижения арабских математиков в области алгебраических уравнений (/1/, с. 87-105; /2/, с. 26-36).

3 Изложить историю решения уравнений третьей и четвёртой степени (дель Ферро, Тарталья, Кардано, Феррари) (/1/, с. 115-117; /2/, с. 42-89).

4 Привести результаты Лагранжа и сформулировать теоремы Руффини, Абеля и Галуа о невозможности решения уравнений выше четвёртой степени в радикалах (/4/, с. 259-264).

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Стройк Д. Я. Краткий очерк истории математики. – М., 1978.

2 Никифоровский В.А. Из истории алгебры XYI-XYII вв. – М., 1979.

3 Гутер Р.С., Полунов Ю.Л. Джироламо Кардано. – М., 1980.

4 Математика, её содержание, методы и значение /Ред. коллегия: А.Д. Александров и др. – М., 1956, Т. 1.

Тема 13. Конечные поля

Конечные поля играют важную роль в современной алгебре и ее приложениях. В курсовой работе необходимо изучить общие свойства полей и построить конкретные примеры конечных полей. Рекомендуется следующий план работы.

1 Доказать, что число элементов конечного поля есть степень простого числа *p*, которое является характеристикой этого поля и что совокупность всех элементов такого поля совпадает с множеством корней уравнения $x^{p^n} - x = 0$ (/1/, § 43; /2/, гл. 5, § 5).

2 Показать, что если конечное поле *P* содержит s элементов, *Y(x)* – неприводимый над *P* многочлен степени *m* и *(Y(x))* – порожденный им идеал, то фактор-кольцо *P[x]/(Y(x))* – есть поле, состоящее из s^m элементов (/3/, гл. 17, § 2). Рассмотреть в качестве примера конечного поля *P* поле Z_3 вычетов по *(mod 3)* и в качестве *Y(x)* любой из трех неприводимых над *Z* многочленов второй степени $x^2 + 1$, $x^2 + x + 2$, $x^2 + 2x + 2$, построить соответствующие фактор-кольца и доказатьих изоморфность.

3 Рассмотреть вопрос об использовании конечных полей в системах кодирования информации (/4/; /5/).

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Ван дер Варден Б.Л. Алгебра. – М.: Наука, 1979.
2 Калужин Л.А. Введение в общую алгебру. – М.: 1973.
3 Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. – М.: Просвещение, 1979.
4 Биркгоф Г.Б., Барти Т. Современная прикладная алгебра. – М.: Мир, 1976.
5 Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки. – М.: Мир, 1986.

Тема 14. Элементы теории конечных полей

Конечные поля получили широкое применение в современной теории кодирования и занимают заметное место в современной математике. В курсовой работе необходимо изучить общие свойства и построить конкретные примеры конечных полей. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить строение конечного поля и построить модель, явно описывающую элементы конечного поля (/1/, гл. 1 или /2/, гл. 3).

2 Доказать критерий неприводимости многочлена над конечным полем и построить примеры таких многочленов.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Лидл Р., Нидеррайтер Г. Конечные поля. – М.: Мир, 1988. Т. 1.
2 Лидл Р., Пильц Г. Прикладная абстрактная алгебра. – Екатеринбург: Изд-во Уральского университета, 1996.
3 Ван дер Варден Б. Л. Алгебра. – М., 1979.
4 Калужин Л. А. Введение в общую алгебру. – М., 1973.
5 Куликов Л. Я. Алгебра и теория чисел. – М., 1979.

Тема 15. Неприводимые многочлены над конечными полями

Конечные поля получили широкое применение в современной теории кодирования и занимают заметное место в современной математике. В курсовой работе предлагается изучить неприводимые многочлены над конечными полями. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить строение конечного поля (/1/, с. 189-206).

2 Доказать критерий неприводимости многочлена над конечным полем и построить примеры таких многочленов (/1/, с. 206-221).

Выполнить упражнения на с. 202-205, 220-221 в /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Лидл Р., Пильц Г. Прикладная абстрактная алгебра: Учеб. пособие/ Пер. с англ. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 1996.

Тема 16. Уравнение $x^3 = x$ в кольце классов вычетов Z_m

Свойства алгебраических многочленов, рассматриваемых над кольцами классов вычетов Z_m при составном модуле m, имеют ряд особенностей (например, в этом случае нарушается однозначность разложения многочлена на простые сомножители). Цель курсовой работы – на примере многочлена $x^3 – x$ над Z_m изучить свойства многочленов, рассматриваемых над кольцами с делителями нуля. Рекомендуется следующий план работы.

1 Основные сведения о кольцах. Кольца с делителями нуля (/1/, гл.3; /2/, гл.2, п.1; /3/, гл.4, 8).

2 Определение количества решений уравнения $x^3 – x$ в кольце Z_m (/4/).

3 Определение количества разложений многочлена $x^3 – x$ над кольцом Z_m (/5/).

4 Примеры разложений многочлена $x^3 – x$ над Z_m при $m = 15$ и 30.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Ван дер Варден Б.Л. Алгебра. – М.: Наука, 1976.

2 Фрид Э. Элементарное введение в абстрактную алгебру. – М.: Мир, 1979.

3 Проскуряков И.В. Числа и многочлены. – М.: Просвещение, 1965.

4 Фирстов В.Е. О решениях уравнения $x^3 – x$ над кольцом классов вычетов. Деп. ВИНИТИ, 25.12.97, N 3773 – В97, - 2 с.

5 Фирстов В.Е. Разложение многочлена $x^3 – x$ в кольце классов вычетов Деп. ВИНИТИ, 10.05.00, N_1353 – В00, - 6с.

Тема 17. Алгебра кватернионов и ее приложения

Алгебру кватернионов можно рассматривать как некоторый обобщенный аналог системы комплексных чисел. Сложение и умножение кватернионов обладают теми же свойствами, что и соответствующие операции с комплексными числами, только за одним исключением – умножение кватернионов не коммутативно. Цель курсовой работы – изучить алгебру кватернионов и рассмотреть ее применение к описанию вращений трехмерного пространства. Рекомендуется следующий план работы.

1 Определить кватернионы и операции над ними. Рассмотреть основные свойства этих операций. Разобрать решение задачи о сумме четырех квадратов (/1/, с. 15 – 24).

2 Установить связь между векторным и скалярным произведением векторов трехмерного евклидового пространства и произведением чисто векторных кватернионов (/1/, с. 24 – 27).

3 Показать, что вращения трехмерного евклидового пространства можно задать с помощью подходящим образом подобранной системы кватернионов. Разобрать задачу “о сложении поворотов” (/1/, с. 28 - 31).

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Кантор И.Л., Солодовников А.С. Гиперкомплексные числа. – М.: Наука, 1973.

2 Розенфельд Б.А. Неевклидовы геометрии. – М., 1955.

3 Розенфельд Б.А. Многомерные пространства. – М., 1966.

Тема 18. Замыкания и соответствия Галуа

Понятие замыкания играет важную роль в алгебре и топологии. В курсовой работе необходимо изучить основные свойства систем замыкания на упорядоченных множествах, проанализировать их взаимосвязь с операторами замыкания и соответствиями Галуа. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить необходимые свойства бинарных отношений и рассмотреть понятие системы замыканий (/1/, глава 2, р. 1; /2/, р. 1).

2 Исследовать взаимосвязь между системами замыканий и операторами замыкания (/1/, глава 2, р. 1; /2/, р. 3).

3 Рассмотреть понятие соответствия Галуа и установить его связь с системами замыканий (/1/, глава 2, р. 1; /2/, р. 3).

Разобрать все примеры из указанных выше литературных источников и решить задачи 1, 2, 7, 8, 10 из упражнения на стр. 60-61 в /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Кон П., Универсальная алгебра. – М.: Мир, 1968.

2 Риге Ж. Бинарные отношения, замыкания, соответствия Галуа // Кибернетический сборник, вып.7, 1963, с. 129-185.

Тема 19. Функция Мёбиуса и её свойства

Функция Мёбиуса является важнейшим примером теоретико-числовой функции и имеет обширное применение в теории чисел. В курсовой работе необходимо определить теоретико-числовые и мультипликативные теоретико-числовые функции, доказать основные их свойства, определить функцию Мёбиуса и в упражнениях доказать закон обращения. Рекомендуется следующий план работы.

1 Мультипликативные функции и их свойства (/1/ гл. II, § 2, упр. 10 a, b).

2 Функция Мёбиуса и её свойства (/1/ гл. II, § 3).

3 Закон обращения числовых функций (/1/ гл. II, упр. 17).

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Виноградов И.М. Основы теории чисел. – М.: Наука, 1965.

2 Бухштаб А.А. Теория чисел. – М.: Просвещение, 1966.

Тема 20. Неприводимые кривые 2-го порядка

Цель курсовой работы – знакомство с понятием плоской алгебраической кривой и его приложениями в теории чисел. Рекомендуется следующий план работы.

1. Определить понятие плоской алгебраической кривой, указать его связь с выбором основного поля.
2. Определить неприводимую и рациональную алгебраические кривые, доказать рациональность окружности $x^2+y^2=1$ и вывести формулу решений уравнения $x^2+y^2=z^2$ в целых числах (/1/, §1, задачи 4, 5, /2/, гл. 1, вопрос 9, а).

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Шафаревич И.Р. Основы алгебраической геометрии. – М.: Наука, 1972.

2 Виноградов И.М. Основы теории чисел. – М.: Наука, 1965.

Тема 21. Кольцо Z[ω] и его арифметика

Теорема об однозначном представлении каждого целого числа в виде произведения простых чисел называется основной теоремой арифметики и является частным случаем аналогичного результата о представлении элементов произвольной области главных идеалов. В курсовой работе необходимо рассмотреть с этих позиций арифметику кольца Z[ω].. Рекомендуется следующий план работы.

1 Доказать теорему об однозначном разложении на множители элементов области главных идеалов (/1/, гл. 1, § 3).

2 Доказать, что кольцо Z[ω] является евклидовой областью (/1/, гл. 1, § 4).

3 Изучить арифметику кольца Z[ω] (/1/, гл. 9, § 1,2, упр. 1).

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Айерлэнд К., Роузен М. Классическое введение в современную теорию чисел. – М.: Мир, 1987.

Тема 22. Кубический закон взаимности

Проблемы законов взаимности в теории сравнений сродни вопросам разрешимости алгебраических уравнений в радикалах и занимают яркое место в классической теории чисел. Квадратичный закон взаимности даёт ответ на вопрос о разрешимости сравнений вида $x^2 \equiv a\ (p)$ для простых чисел p. Под кубическим законом взаимности понимается тот же самый вопрос для сравнений вида $x^3 \equiv a\ (p)$. В курсовой работе необходимо исследовать эти законы теории чисел. Рекомендуется следующий план работы.

1 Рассмотреть характер кубического вычета и понятие примарного числа в кольце Z[ω] (/1/, гл. 9, § 3).

2 Исследовать кубический закон взаимности и его доказательство (/1/, гл. 9, § 4).

3 Разобрать дополнение к кубическому закону взаимности в упражнениях (/1/, гл. 9, упр. 24, 25, 26).

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Айерлэнд К., Роузен М. Классическое введение в современную теорию чисел. – М.: Мир, 1987.

Тема 23. Магические квадраты

Числовым квадратом порядка n обычно называют квадрат, разбитый на n^2 клеток, в которых размещают целые числа от 1 до n^2. Числовой квадрат называют магическим, если суммы, получаемые от сложения чисел каждого горизонтального ряда, каждого вертикального ряда и обеих диагоналей одинаковы. Составление магических квадратов имеет многовековую историю. Уже в средние века был известен алгоритм составления магических квадратов нечетного порядка n, однако до сих пор не существует общей теории построения магических квадратов, неизвестно даже их общее количество при $n > 5$. Цель курсовой работы – изучить существующие процедуры построения магических квадратов. Рекомендуется следующий план работы.

1 Исторические сведения о магических квадратах (/1/, гл. 1).

2 Элементарное построение магических квадратов при n = 3; 4 (/1/, гл. 1; 2).

3 Элементарные сведения из теории сравнений (/2/, введение).

4 Линейный алгоритм построения магических квадратов нечетного порядка (/2/, гл.1).

5 Классические алгоритмы построения магических квадратов нечетного порядка (индийский метод, метод террас и др., /2/, гл. 2).

6 Алгоритмы построения магических квадратов четного порядка (/2/, гл. 4).

7 Индуктивный метод построения магических квадратов произвольного порядка (/2/, добавление).

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Гуревич Е.Я. Тайна древнего талисмана. – М.: Наука, 1969.

2 Постников М.М. Магические квадраты. – М.: Наука, 1964.

Тема 24. Треугольник Паскаля: его свойства и приложения

Треугольник Паскаля – это числовая таблица, составленная в виде равнобедренного треугольника. По сторонам этого треугольника стоят единицы, а каждое из остальных чисел равно сумме двух чисел, стоящих над ним слева и справа. В результате при составлении треугольника Паскаля по горизонталям получаются числа, участвующие в разложении бинома Ньютона $(a + b)^n$. Этот треугольник, вообще говоря, известен с древнейших времен и обладает рядом интересных свойств. Цель курсовой работы – изучение свойств треугольника Паскаля и их приложений. Работу рекомендуется выполнять по следующему плану:

1 Некоторые исторические сведения о треугольнике Паскаля (/1/, §4; /2/).

2 Некоторые олимпиадные задачи (/1/, §1).

3 Построение треугольника Паскаля (/1/, §3).

4 Операция Паскаля (/1/, §5).

5 Комбинаторные приложения треугольника Паскаля

a) биномиальные коэффициенты;
b) сочетания и количество подмножеств данного множества;
c) фигурные числа пифагорейцев;
d) связь с числами Фибоначчи;
e) связь с факториалами (/1/, §§4 – 8; /3/, с. 117 – 123).

6 НОД внутренних членов строки Паскаля (/1/, §9).

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Успенский В.А. Треугольник Паскаля. – М.: Наука, 1979.

2 История математики с древнейших времен до начала XIX столетия. – Т. 2. – М., 1970.

3 Волошинов А.В. Пифагор. – М.: Просвещение, 1993.

Тема 25. Числа Фибоначчи и их приложения

Многие числовые последовательности допускают описание с помощью рекуррентных (возвратных) соотношений, когда значение очередного члена последовательности определяется по значениям одного или нескольких предшествующих ему членов данной последовательности. Исторически одним из первых примеров таких последовательностей явилась последовательность Фибоначчи, имеющаяся самые разнообразные приложения. Цель курсовой работы – изучить основные свойства этой последовательности и некоторые ее приложения. Рекомендуется следующий план работы.

1 Фибоначчи: "Книга об абаке" (1202) и задача о кроликах (/1/, введение).

2 Определение последовательности Фибоначчи и формула общего члена (формула Бинэ) (/1/, §1; /2/).

3 Основные теоретико-числовые свойства последовательности Фибоначчи (/1/, §2).

4 Числа Фибоначчи и цепные дроби (/1/, §3).

5 Геометрические приложения чисел Фибоначчи (/1/, §4).

6 Последовательность Фибоначчи и архитектурные формы (/3/, гл. 3; /4/, гл. 4).

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Воробьев Н.Н. Числа Фибоначчи. – М.: Наука, 1984.

2 Маркушевич А.И. Возвратные последовательности. – М.: Наука, 1975.

3 Волошинов А.В. Математика и искусство. – М.: Просвещение, 1992.

4 Пидоу Д. Геометрия и искусство. – М.: Мир, 1979.

Тема 26. Рекуррентные последовательности и числа Фибоначчи

Числовые последовательности, задающиеся с помощью рекуррентных (возвратных) соотношений играют важную роль не только в алгебре и теории чисел, но и в геометрии, теории оптимизации, радарной технике, системах связи и многих других приложениях. В курсовой работе необходимо изучить основные свойства рекуррентных последовательностей, разобрать методы решения линейных рекуррентных уравнений и на конкретных примерах рассмотреть их приложения к геометрическим задачам и проблемам оптимизации. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить свойства рекуррентных последовательностей и метод решения линейных рекуррентных уравнений (/1/, р. 1).

2 Рассмотреть приложения этого метода к последовательности Фибоначчи, вывести теоретико-числовые свойства чисел Фибоначчи (/2/, § 1,2).

3 Показать возможные приложения рекуррентных последовательностей к геометрии и теории оптимизации (/2/, § 4,5).

Разобрать главные примеры из указанных выше литературных источников и решить задачи 1.4.1, 1.4.2 из /3/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Маркушевич А.И. Возвратные последовательности. – М.: Наука, 1983.

2 Воробьев Н.Н. Числа Фибоначчи. – М.: Наука, 1984.

3 Сборник задач по алгебре. Под редакцией Кострикина А.И. – М.: Наука, 1987.

Тема 27. Реологические числа и их некоторые алгебраические свойства

Под реологическими системами понимаются системы, обладающие элементами памяти после снятия внешнего воздействия. В физике типичными представителями таких систем являются, например, ферромагнетики, составляющие ячейки памяти современных компьютеров. Числовые системы, как выяснилось, могут также обладать реологическими свойствами. Например, числа *187109376* и *287109376* в произведении дают число *53720855187109376*, в котором, как видим, сохранилась комбинация цифр *87109376*. Числа, обладающие таким свойством, названы реологическими. Цель курсовой работы – изучить методы построения реологических чисел и выяснить их алгебраические свойства. Рекомендуется следующий план работы.

1 Обзор имеющихся результатов, связанных с реологическими (бесконечными) числами (/1/ – /3/).

2 Построение реологических чисел с помощью сравнений в виде арифметических идемпотентов соответствующих колец классов вычетов (/4/).

3 Теоретико-числовые свойства реологических чисел (/4/).

4 Реологические числа и их связь с полурешетками колец классов вычетов (/4/, /5/).

5 Доказательство изоморфизма полурешетки кольца классов вычетов и соответствующей булевой полурешетки (/4/, /5/).

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Гальперин Г.А., Толпыго А.К. Московские математические олимпиады. – М.: Просвещение, 1986. С.27.

2 Перельман Я.И. Занимательная алгебра. – М.: Наука, 1970.

3 Жиглевич А.Б., Петров Н.Н. “Квант”, 1989, N_11. – с.14 – 19.

4 Фирстов В.Е. Реологические числа и их некоторые алгебраические свойства. Деп. ВИНИТИ, 01.07.97, N_2241 – В97. – 19с.

5 Фирстов В.Е. О строении арифметической полурешетки. Деп. ВИНИТИ, 09.09.97, № 2816 – В97, - 7с.

Тема 28. Греко-китайская теорема об остатках

Важные приложения теоретико-кольцевых конструкций в теории чисел базируются на известной греко-китайская теореме об остатках. Цель курсовой работы – изучить необходимые теоретико-кольцевые конструкции и проанализировать их приложения к модулярной арифметике. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории колец, как идеал и факторкольцо, доказать теоремы об изоморфизмах (/1/, с. 172-183, 443-444).

2 Рассмотреть понятие прямой суммы колец, доказать греко-китайскую теорему об остатках и ее теоретико-числовые следствия (/1/, с. 444-449; /2/, с. 77-97).

3 Проанализировать решение задачи разложения целых чисел на множители с помощью модулярной арифметики на основе греко-китайской теоремы об остатках (/2/, с. 91-118).

4 Рассмотреть альтернативное доказательство греко-китайской теоремы об остатках Х. Эндертоном и его приложение к проблеме разрешимости арифметики со сложением, но без умножения (/3/, с. 290-299).

Разобрать все примеры из указанных выше литературных источников и решить задачи 5-8 из упражнения на стр. 450-451 в /1/ и задачи 11-15, 25, 28, 29 из упражнения на стр. 128-132 в /2/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Кострикин А.И. Введение в алгебру. – М.: Наука, 1977.

2 Акритас А. Основы компьютерной алгебры с приложениями. – М.: Мир, 1994.

3 Булос Дж., Джеффри Р. Вычислимость и логика. – М.: Мир, 1994.

Тема 29. Линейные группы

Линейные группы играют важную роль в теории групп и ее приложениях. Цель курсовой работы – проанализировать классификацию линейных групп и изучить их основные свойства. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить основополагающие понятия теории групп и рассмотреть основные виды линейных групп (/1/, с. 18-20; /2/, с. 139-141).

2 Для линейных групп рассмотреть такие важные понятия теории групп, как подгруппа и порождающее множество, центр и коммутатор группы (/1/, с. 22-26, 35-40).

3 Для линейных групп рассмотреть такое важное алгебраическое понятие, как гомоморфизм, доказать формулу вычисления определителя матрицы и проанализировать взаимосвязь линейных групп с свободными группами (/1/, с. 45-47, 120-122; /2/, с. 162-163, 160-170).

4 Исследовать разрешимые линейные группы (/1/, с. 189-200).

Разобрать все примеры из указанных выше литературных источников и решить задачи 2.3.5-2.3.8, 8.1.10, 8.1.12-8.1.15, 8.2.1-8.2.3, 8.2.8, 8.2.26, 8.3.24 (а-д), 8.3.28-8.3.30, 8.3.43, 8.3.45 из /3/, также задачи 5.2.5, 5.3.3, 5.3.24, 5.3.31 (б) из главы 1 части 1 и 1.1.14-1.1.16, 1.1.24, 1.2.14 (а), 1.3.1, 1.3.8, 1.3.13, 1.3.14, 1.5.2, 1.5.3, 1.6.19 из главы 1 части 3 книги /4/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп. – М.: Наука, 1972.

2 Кострикин А.И. Введение в алгебру. – М.: Наука, 1977.

3 Куликов Л.Я., Москаленко А.И., Фомин А.А. Сборник задач по алгебре и теории чисел. – М.: Просвещение, 1993.

4 Сборник задач по алгебре (под ред. Кострикина А.И.). – М.: Наука, 1987.

Тема 30. Группы перестановок

Группы перестановок играют фундаментальную роль в теории групп и ее приложениях. Цель курсовой работы – изучить основные свойства групп перестановок. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории групп, как перестановка множества и группа перестановок, цикл и циклическая форма записи перестановок, доказать теорему Кэли (/1/, с. 146-150, 301-302; /2/, с. 9-45, 59-77).

2 Рассмотреть понятие симметрической группы перестановок и знакопеременной группы, доказать, что симметрическая группа перестановок порождается множеством транспозиций (/1/, с. 146-154; /2/, с. 50-58, 95-97).

3 Изучить действие групп на множествах, доказать основные свойства орбит и стационарных подгрупп точек, рассмотреть примеры действий групп на множествах (/1/, с. 303-310; /2/, с. 81-94).

Разобрать все примеры из указанных выше литературных источников и решить задачи 9,12 на стр. 45, 2,4 на стр. 64, 2,3,6 на стр. 78, 2-6 на стр. 91, 2,3,6,7 на стр. 98 в /2/; а также задачи 2.3.132.3.16, 2.3.23, 2.3.36, 8.2.14, 8.2.15-8.2.208.2.24, 8.2.25, 8.3.3 из /3/ изадачи 1.1.1-1.1.4 из главы 1 части 3 книги /4/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Кострикин А.И. Введение в алгебру. – М.: Наука, 1977.

2 Калужнин Л.А., Сущанский В.И. Преобразования и перестановки. – М.: Наука, 1985.

3 Куликов Л.Я., Москаленко А.И., Фомин А.А. Сборник задач по алгебре и теории чисел. – М.: Просвещение, 1993.

4 Сборник задач по алгебре (под ред. Кострикина А.И.). – М.: Наука, 1987.

Тема 31. Конечные абелевы группы

Конечные абелевы группы играют важную роль в теории групп и ее приложениях. В курсовой работе необходимо провести углубленное и систематизированное исследование основных свойств конечных абелевых групп. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории групп, как группа и система образующих, подгруппа и смежные классы по подгруппе, гомоморфизм и нормальная подгруппа (/1/, с. 139-166; /2/, с. 14-27, 28-30, 41-47).

2 Рассмотреть понятие циклической группы и доказать ее основные свойства (/1/, с. 143-146, 167-168; /2/, с. 27-30).

3 Исследовать свойства примарных абелевых групп и доказать основную теорему о конечных абелевых группах (/1/, с. 339-345).

Решить задачи 2, 3, 5, 7, 8 из упр. на стр. 346 в книге /1/, а также задачи 2.3.27, 2.3.31, 2.3.32, 2.3.42, 2.3.44, 8.2.27 (ж,и), 8.2.33, 8.2.38, 8.2.39, 8.2.47, 8.2.60, 8.2.62, 8.2.64, 8.3.7, 8.3.39-8.3.41 из /3/ и задачи 5.2.17, 5.2.21, 5.3.12, 5.3.14-5.3.16 из главы 1 части 1 книги /4/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Кострикин А.И. Введение в алгебру. – М.: Наука, 1977.

2 Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп. – М.: Наука, 1972.

3 Куликов Л.Я., Москаленко А.И., Фомин А.А. Сборник задач по алгебре и теории чисел. – М.: Просвещение, 1993.

4 Сборник задач по алгебре (под ред. Кострикина А.И.). – М.: Наука, 1987.

Тема 32. Копредставления групп

Важную роль в теории групп играет метод задания групп с помощью систем образующих и определяющих соотношений, который называется также копредставлением групп. Цель курсовой работы – изучить метод копредставления групп. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории групп, как группа и система образующих, подгруппа и смежные классы по подгруппе, гомоморфизм и нормальная подгруппа (/1/, с. 139-166; /2/, с. 14-27, 28-30, 41-47).

2 Рассмотреть понятие свободной группы и доказать универсальное свойство такой группы (/1/, с. 116-120; /2/, с. 324-326).

3 Разобрать метод задания групп с помощью систем образующих и определяющих соотношений (/1/, с. 119-120; /2/, с. 326-329).

Разобрать все примеры из указанных выше литературных источников и решить задачи 13-15 из упр. на стр. 331-332 и задачи 1.5.1, 1.5.5, 1.5.7, 1.5.19-1.5.26, 1.5.30 из главы 1 части 3 книги /3/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Кострикин А.И. Введение в алгебру. – М.: Наука, 1977.

2 Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп. – М.: Наука, 1972.

3 Сборник задач по алгебре (под ред. Кострикина А.И.). – М.: Наука, 1987.

Тема 33. Силовские подгруппы

Краеугольным камнем теории конечных групп является известная теорема норвежского математика Л. Силова о максимальных *p*-подгруппах конечной группы, называемых силовскими подгруппами. Цель курсовой работы – изучить основные свойства силовских подгрупп конечных групп. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории групп, как перестановка множества и группа перестановок (/1/, с. 146-150, 301-302; /2/, с. 106-108; /3/, с. 9-45, 59-77).

2 Изучить действие групп на множествах, доказать основные свойства орбит и стационарных подгрупп точек, рассмотреть примеры действий групп на множествах (/1/, с. 303-310; /3/, с. 81-94).

3 Доказать теорему Силова о максимальных *p*-подгруппах конечной группы (/1/, с. 332-335; /2/, с. 89-92).

4 Рассмотреть приложения теоремы Силова и примеры силовских подгрупп (/1/, с. 336-338; /2/, с. 92-96).

Разобрать все примеры из указанных выше литературных источников и решить задачи 1-5 из упражнения на стр. 338-339 в /1/ и упражнения 1-3 на стр. 92 в /2/, а также задачи 1.3.3, 1.3.6, 1.3.10, 1.3.18-1.3.20 из главы 1 части 3 книги /4/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Кострикин А.И. Введение в алгебру. – М.: Наука, 1977.

2 Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп. – М.: Наука, 1972.

3 Калужнин Л.А., Сущанский В.И. Преобразования и перестановки. – М.: Наука, 1985.

4 Сборник задач по алгебре (под ред. Кострикина А.И.). – М.: Наука, 1987.

2 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

Тема 34. Логическая игра

В курсовой работе предлагается осветить символический и графический методы решения логических задач. Рекомендуется следующий план работы.

1 Рассмотреть основные понятия алгебры высказываний и логики предикатов (/1/, с.10-35, 122-134).

2 Изучить приложение алгебры высказываний и логики предикатов к логико-математической практике (/1/, с. 52-62, 168-182).

3 Изучить кванторные операции над предикатами (/1/, с. 134-159).

4 Рассмотреть решение "логических" задач на языке символов (/3/, с. 60-65).

5 Разобрать графический способ решения задач подобного рода (/2/, с. 9-56).

Разобрать решения всех задач из цитированных выше разделов указанных литературных источников и решить задачи 3.58-3.61 из книги /3/. Выполнить 30 заданий из упражнений 1-91 на с. 57-60 книги /2/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Игошин В.И. Математическая логика и теория алгоритмов. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1991.

2 Кэрролл Л. Логическая игра: Пер. с англ. Ю.А. Данилова. – М.: Наука, 1991. (Б-ка “Квант”; Вып. 73).

3 Игошин В.И. Задачник-практикум по математической логике: Учеб. пособие для студентов-заочников физ.-мат. фак-в пед. ин-тов. – М.: Просвещение, 1986.

Тема 35. Неразрешимость логики первого порядка

Одним из принципиально важных результатов математической логики является доказательство неразрешимости в логике первого порядка проблем распознавания как общезначимости, так и выполнимости ее предложений. В курсовой работе необходимо изучить доказательства неразрешимости логики первого порядка. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить основные понятия логики первого порядка (/1/, с. 130-151).

2 Рассмотреть понятие машины Тьюринга и доказать неразрешимость проблемы остановки (/1/, с. 36-54).

3 Вывести неразрешимость логики первого порядка из неразрешимости проблемы остановки (/1/, с. 152-160).

4 Разобрать доказательство неразрешимости логики первого порядка методом Геделя (/1/, с. 160-166).

Решить задачи 3.6, 3.10 из упражнения на стр. 46-48 и задачи 10.1, 10.3 из упражнения на стр. 164-165 в книге /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Булос Дж., Джеффри Р. Вычислимость и логика. – М.: Мир, 1994.

Тема 36. Нестандартные модели арифметики

В любой математической теории принципиально важным является вопрос о существовании и единственности модели формализации этой теории. В курсовой работе необходимо проанализировать этот вопрос для элементарной теории арифметики. Рекомендуется следующий план работы.

1 Рассмотреть язык логики узкого исчисления предикатов арифметики и его стандартную интерпретацию в алгебре натуральных чисел(/1/, с. 131-151; /2/, с. 115-131).

2 Доказать теорему о существовании нестандартных моделей элементарной теории арифметики (/1/, с. 252-260).

3 Изучить метод построения моделей элементарной теории арифметики с помощью принципов нестандартного анализа (/1/, с. 25-32; /3/, с. 57-79).

Разобрать все примеры из указанных выше литературных источников и решить задачи 17.1, 17.2 в /1/, а также задачи 1-3 на стр.131 в книге /2/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Булос Дж., Джеффри Р. Вычислимость и логика. – М.: Мир, 1994.

2 Мендельсон Э. Введение в математическую логику. – М.: Наука, 1971.

Тема 37. Метод диагонализации в математической логике

В математической логике, теории множеств и других разделах математики широко применяется метод диагонализации, в основе которого лежит возможность построения антидиагонального счетного множества для любой последовательности счетных множеств. В курсовой работе необходимо изучить метод диагонализации и с его помощью построить примеры невычислимых функций. Рекомендуется следующий план работы.

1 Рассмотреть понятие счетного множества и изучить метод диагонализации (/1/, с. 12-30).

2 Рассмотреть понятие машины Тьюринга и методом диагонализации построить пример невычислимой функции (/1/, с. 36-45, 66-74).

3 Рассмотреть проблему остановки машины Тьюринга и с помощью тезиса Черча доказать ее неразрешимость (/1/, с. 47-48, 74-76).

4 Рассмотреть понятие диагонализации выражения и доказать лемму о диагонализации и теорему Черча о неразрешимости (/1/, с. 228-235).

Разобрать решения всех примеров из цитированных разделов /1/ и решить задачи 3.9, 3.10 из упражнения на стр. 45-48 и задачи 5.1-5.4 из упражнения на стр. 76-77 в книге /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Булос Дж., Джеффри Р. Вычислимость и логика. – М.: Мир, 1994.

Тема 38. Машины Тьюринга и невычислимые функции

Машина Тьюринга и вычислимость являются фундаментальными понятиями математической логики. В курсовой работе необходимо изучить основные свойства машины Тьюринга и с ее помощью построить невычислимую функцию. Рекомендуется следующий план работы.

1 Разобрать такие основополагающие понятия математической логики, как машина Тьюринга, вычислимая функция и тезис Черча (/1/, с. 36-54; /2/, с. 228-229, 249-255).

2 Рассмотреть понятие продуктивности машины Тьюринга и доказать ее основные свойства (/1/, с. 46, 55-60; /2/, с. 12-25).

3 Доказать невычислимость функции продуктивность машины Тьюринга (/1/, с. 60-64).

4 Рассмотреть проблему остановки машины Тьюринга и доказать ее неразрешимость (/1/, с. 47-48, 53-54, 64-65).

Разобрать решения всех примеров из литературных источников /1/,/2/ и решить задачи 3.1-3.10 из упражнения на стр. 45-48 в книге /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Булос Дж., Джеффри Р. Вычислимость и логика. – М.: Мир, 1994.

2 Мендельсон Э. Введение в математическую логику. – М.: Наука, 1971.

Тема 39. Вычислимость на абаке и рекурсивные функции

Рекурсивная функция и вычислимость являются фундаментальными понятиями математической логики. В курсовой работе необходимо изучить вычислимость на абаке, вычислимость машиной Тьюринга и доказать их эквивалентность понятию рекурсивной функции. Рекомендуется следующий план работы.

1 Разобрать такие основополагающие понятия математической логики, как машина Тьюринга, рекурсивная функция и тезис Черча (/1/, с. 36-54).

2 Рассмотреть понятие «обычного» компьютера, введенное Иоахимом Ламбеком и названное им абаком, доказать, что вычислимость функции абаком сводится к вычислимости ее машиной Тьюринга (/1/, с. 78-95).

3 Доказать, что рекурсивные функции вычислимы на абаках (/1/, с. 100-122).

4 Доказать, что вычислимые функции рекурсивны (/1/, с. 100-122).

Разобрать решения всех примеров из цитированных разделов книги /1/ и решить задачи 6.1-6.4 из упражнения на стр. 96 в книге /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Булос Дж., Джеффри Р. Вычислимость и логика. – М.: Мир, 1994.

Тема 40. Представимость рекурсивных функций и отрицательные результаты математической логики

Главными отрицательными результатами математической логики являются теорема Черча о неразрешимости логики, теорема Тарского о неопределимости истинности и первая теорема Геделя о неполноте систем арифметики. В курсовой работе необходимо изучить доказательства этих теорем с помощью представления рекурсивных функций в специальном расширении арифметики. Рекомендуется следующий план работы.

1 Разобрать такие основополагающие понятия математической логики, как язык арифметики и рекурсивная функция (/1/, с. 103-108, 141-145).

2 Рассмотреть понятие представимости функций в теории и доказать представимость рекурсивных функций в специальном непротиворечивом расширении Q арифметики (/1/, с. 212-226).

3 Рассмотреть понятие геделевой нумерации и доказать главные отрицательные результаты математической логики (/1/, с. 228-240).

Разобрать решения всех примеров из цитированных разделов книги /1/ и решить задачи 14.1-14.2 из упражнения на стр. 226-227 и задачи 15.1-15.4 из упражнения на стр. 240 в книге /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Булос Дж., Джеффри Р. Вычислимость и логика. – М.: Мир, 1994.

Тема 41. Разрешимость арифметики сложения

Проблема разрешимости теорий имеет принципиальное значение для элементарно аксиоматизируемых математических теорий и, в частности, для арифметики. В курсовой работе необходимо проанализировать эту проблему для арифметики с различными основными операциями. Рекомендуется следующий план работы.

1 Разобрать такие основополагающие понятия математической логики, как геделева нумерация и разрешимое множество (/1/, с. 228-233, /2/, с. 151-152).

2 Доказать неразрешимость арифметики со сложением и умножением (/1/, с. 234-236).

3 Доказать разрешимость арифметики со сложением, без умножения (/1/, с. 290-299).

Разобрать решения всех примеров из цитированных разделов книг /1/,/2/ и решить задачи 1-3 из упражнения на стр. 152 в книге /2/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Булос Дж., Джеффри Р. Вычислимость и логика. – М.: Мир, 1994.

Тема 42. Логика второго порядка и определимость в арифметике

Логика второго порядка существенно отличается от логики первого порядка и позволяет всесторонне исследовать такую фундаментальную проблему математической логики, как определимость арифметической истины. В курсовой работе необходимо изучить основные методы логики второго порядка и с их помощью проанализировать понятие определимости в арифметике. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить основные понятия логики второго порядка и проанализировать ее главные отличия от логики первого порядка (/1/, с. 261-273).

2 Рассмотреть понятие определимого в теории множества и исследовать проблему определимости множеств предложений первого порядка, истинных в стандартной модели арифметики (/1/, с. 273, 274-280).

3 Рассмотреть введенный П. Коэном метод вынуждения и доказать с его помощью теорему Дж. Аддисона о неопределимости в арифметике класса множеств, определимых в арифметике (/1/, с. 281-289).

Разобрать решения всех примеров из цитированных разделов книги /1/ и решить задачи 18.1-18.4 из упражнения на стр. 272-273 и задачи 20.1-20.10 из упражнения на стр. 289 в книге /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Булос Дж., Джеффри Р. Вычислимость и логика. – М.: Мир, 1994.

Тема 43. Метод ультрапроизведений в теории моделей

Метод ультрапроизведений является одним из основных методов теории моделей – раздела математической логики, изучающего связи между формальным языком и его интерпретациями в алгебраических системах, называемых моделями. Цель курсовой работы – изучить основы метода ультрапроизведений. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории моделей, как язык узкого исчисления предикатов (УИП) и его интерпретация в моделях, разобрать примеры теорий (/1/, с. 13-61; /2/, с. 103-118).

2 Рассмотреть понятие фильтра над множеством и доказать основные свойства фильтров (/1/, с. 194-197; /2/, с. 83-87).

3 Рассмотреть понятие фильтрованного произведения алгебраических систем и доказать основную теорему об ультрапроизведениях (/1/, с. 197-203; /2/, с. 119-124).

4 Разобрать такие приложения основной теоремы об ультрапроизведениях, как теорема компактности, характеризация

элементарного класса алгебраических систем и другие (/1/, с. 203-207; /2/, с. 124-125, 172-173).

5 Рассмотреть приложения теоремы Силова и примеры силовских подгрупп (/1/, с. 336-338; /2/, с. 92-96).

Разобрать все примеры из указанных выше литературных источников и решить задачи 1.4.1, 1.4.2, 1.4.9, 1.4.16 на стр.62, 4.1.1-4.1.7, 4.1.12-4.1.14 на стр.207 в /1/, а также задачи 1-4 на стр. 125-126 в /2/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Кейслер Г., Чен Ч.Ч. Теория моделей. – М.: Мир, 1977.

2 Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика. – М.: Наука, 1979.

Тема 44. Теорема Геделя о неполноте формальной арифметики

Теорема Геделя о неполноте формальной арифметики по праву считается одним из наиболее замечательных достижений математической логики, поскольку в своей семантической формулировке устанавливает невозможность доказательства любого истинного утверждения этой формальной теории. В курсовой работе необходимо изучить основы формальной арифметики и разобрать доказательство семантической формулировки теоремы Геделя о ее неполноте. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить постановку задачи о неполноте формальной арифметики (/1/, с. 7-11).

2 Рассмотреть начальные понятия теории алгоритмов и примеры их применения (/1/, с. 12-21).

3 Доказать простейшие критерии неполноты (/1/, с. 21-25).

4 Изучить основы формальной арифметики и доказать семантическую формулировку теоремы Геделя о ее неполноте (/1/, с. 25-42).

Разобрать все примеры и восстановить все пропущенные доказательства в брошюре /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Успенский В.А. Теорема Геделя о неполноте. – М.: Наука, 1982.

Тема 45. Разрешимые и неразрешимые аксиоматические теории

Проблема разрешимости теорий имеет принципиальное значение для элементарно аксиоматизируемых математических теорий. В курсовой работе необходимо изучить методы доказательства разрешимости и неразрешимости теорий, проиллюстрировав их применение на известных важных примерах. Рекомендуется следующий план работы.

1 Разобрать такие основополагающие понятия теории моделей, как язык узкого исчисления предикатов (УИП) и его интерпретация в моделях, рассмотреть известные конструкции над алгебраическими системами (/1/, с. 103-118; /2/, с. 12-25).

2 Изучить методы доказательства разрешимости и неразрешимости теорий (/2/, с. 265-275).

3 Рассмотреть известные примеры доказательства разрешимости и неразрешимости аксиоматических теорий (/2/, с. 275-292; /3/).

Разобрать решения всех примеров из литературных источников /1/, /2/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика. – М.: Наука, 1979.

2 Ершов Ю.Л. Проблемы разрешимости и конструктивные модели. – М.: Наука, 1980.

3 Рабин М.О. Разрешимые теории. В кн.: Справочная книга по математической логике, ч.3. Теория рекурсии. – М.: Наука, 1982. – с. 77-111.

4 Ершов Ю.Л., Лавров И.А., Тайманов А.Д., Тайцлин М.А. Элементарные теории // УМН, 1965, 20, № 4, с. 37-108.

Тема 46. Интерполяционная лемма Крейга и ее приложения

Интерполяционная лемма Крейга дает положительное решение следующей важной задачи логики узкого исчисления предикатов (УИП): если из предложения А следует предложение С, то существует предложение В, которое следует из А, из которого следует С и которое содержит лишь нелогические символы, входящие как в А, так и в С. В курсовой работе необходимо изучить доказательство интерполяционной леммы Крейга и рассмотреть ее приложения к задаче о непротиворечивости объединения теорий и к задаче об определимости понятий теории. Рекомендуется следующий план работы.

1 Разобрать доказательство интерполяционной леммы Крейга (/1/, с. 308-318).

2 Доказать теорему Робинсона о непротиворечивости объединения теорий (/1/, с. 319-322).

3 Доказать теорему Бета об определимости понятий теории (/1/, с. 25-32).

Выполнить упражнение на с. 327 в книге /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Булос Дж., Джеффри Р. Вычислимость и логика. – М.: Мир, 1994.

3 ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

Тема 47. Эйлеровы графы

Впервые графы были рассмотрены Л. Эйлером в связи с известной задачей о кенигсбергских мостах, которая оказалась связанной с возможностью прохождения вершин графа только по одному разу с возвращением в исходную вершину, т.е. одним росчерком пера. В последствии такие графы стали называться эйлеровыми. Цель курсовой работы – изучить некоторые свойства эйлеровых графов. Рекомендуется следующий план изложения материала:

1 Определить понятие графа в виде представления некоторого бинарного отношения и связанные с графом основные понятия, а также привести простейшие примеры (/1/, с. 9 – 24; /2/, с. 6 – 16).

2 Дать определение эйлерова и полуэйлерова графа, привести примеры. Установить необходимые и достаточные условия для эйлеровых и полуэйлеровых графов. Описать алгоритм построения эйлеровой цепи в эйлеровом графе (/1/, с. 43 – 48; /2/, с. 37 – 42).

3 Рассмотреть примеры эйлеровых и неэйлеровых графов. Решить несколько упражнений из /1/, /2/.

4 Исторические сведения о графах: решение Эйлера задачи о семи кенигсбергских мостах (/3/, §43).

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Уилсон Р. Дж. Введение в теорию графов. – М.: 1977.

2 Березина Л.Ю. Графы и их применения. – М.: Просвещение, 1979.

3 Емеличев В.А. Лекции по теории графов. – М.: Наука, 1990.

4 Оре О. Теория графов. – М.: Наука, 1968.

5 Саркисян А.А., Колягин Ю.М. Познакомьтесь с топологией. – М.: 1976.

Тема 48. Гамильтоновы графы

Гамильтоновы графы можно рассматривать как многоугольники, некоторые вершины которых соединены диагоналями, так, что из любой вершины графа, пройдя по каждому ребру этого графа ровно один раз, можно вернуться в исходную точку. Цель курсовой работы – изучить свойства таких графов. Предлагается следующий план изложения материала:

1 Определить основные понятия теории графов (граф, связность, маршруты, цикл, обхват и т.п.), проиллюстрировать их на примерах и привести образцы задач, сводящихся к выяснению тех или иных свойств графов (/1/, с. 9 – 24; /2/, с. 6 – 16).

2 Дать определение гамильтонова и полугамильтонова графов, привести примеры (/1/, с. 48 – 50; /2/, с. 44 – 48). Решить ряд упражнений из литературы /1/, /2/.

3 Доказать теорему Дирака о достаточных условиях для гамильтоновости графа (/1/, с. 48 – 51).

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Уилсон Р. Дж. Введение в теорию графов. – М.: 1977.
2 Березина Л.Ю. Графы и их применения. – М.: Просвещение, 1979.
3 Оре О. Теория графов. – М.: Наука, 1968.

Тема 49. Связность графа

Понятие связности играет принципиально важную роль в теории графов и ее разнообразных приложениях. В курсовой работе необходимо изучить основные свойства связных графов и проанализировать известную классификацию таких графов. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории графов, как граф, маршрут, цикл и связность, проиллюстрировать их на примерах и прикладных задачах (/1/, с. 9-43; /2/, с. 5-22).

2 Рассмотреть деревья, эйлеровы и гамильтоновы графы, доказать теоремы об их основных свойствах (/1/, с. 43-62; /2/, с. 22-24).

Разобрать главные примеры из указанного выше литературного источника и решить задачи 5a, 5c, 5e, 6a, 6c, 6d,7a, 7d, 7e из /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Уилсон Р. Введение в теорию графов. – М.: Мир, 1977.
2 Белов В.В., Воробьев Е.М., Шаталов В.Е. Теория графов. – М.: ВШ, 1976.
3 Березина Л.Ю. Графы и их применения: Пособие для учителей. – М., 1979.

Тема 50. Циклы в графах

Во многих прикладных задачах важную роль играют свойства графов, связанные с существованием в графе замкнутых маршрутов, называемых циклами. В курсовой работе необходимо изучить основные свойства циклов в графах и проанализировать известную взаимосвязь пространства циклов графа с группами его цепей. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории графов, как граф, маршрут и цикл (/1/, с. 9-43; /2/, с. 5-22).

2 Рассмотреть понятие цикломатического числа графа и доказать его основные свойства (/1/, с. 59-61; /2/, с. 43-46).

3 Разобрать определение групп одномерных и нульмерных цепей графа и показать их взаимосвязь с пространством циклов графа (/2/, с. 46-55).

Разобрать алгоритм построения базы независимых циклов на стр. 58 в /2/ и решить задачи 9b, 9c из /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Уилсон Р. Введение в теорию графов. – М.: Мир, 1977.

2 Белов В.В., Воробьев Е.М., Шаталов В.Е. Теория графов. – М.: ВШ, 1976.

3 Березина Л.Ю. Графы и их применения: Пособие для учителей. – М., 1979.

Тема 51. Плоские графы

Понятие планарности играет принципиально важную роль в теории графов и ее разнообразных приложениях. В курсовой работе необходимо изучить основные свойства планарных графов и доказать критерий Куратовского планарных графов и теорему Эйлера о плоских графах. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории графов, как граф и его грани, планарный граф и плоский граф, гомеоморфизм и стягивание графа (/1/, с. 9-24, 74-81).

2 Доказать теорему Куратовского, которая дает простой критерий планарности графа (/1/, с. 77-80).

3 Доказать теорему Эйлера о плоских графах (/1/, § 13; /2/, с. 59-75).

Разобрать главные примеры из указанного выше литературного источника и решить задачи 12a, 12b, 12c, 12k, 13a, 13d из /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Уилсон Р. Введение в теорию графов. – М.: Мир, 1977.

2 Белов В.В., Воробьев Е.М., Шаталов В.Е. Теория графов. – М.: ВШ, 1976.

3 Березина Л.Ю. Графы и их применения: Пособие для учителей. – М., 1979.

Тема 52. Деревья

Деревьями называются связные графы без циклов. Такие графы играют принципиально важную роль как в самой теории графов, так и в ее разнообразных приложениях. В курсовой работе необходимо изучить основные свойства деревьев, рассмотреть задачу перечисления деревьев и проанализировать взаимосвязь деревьев с пространствами циклов графов. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории графов, как граф, маршрут и цикл (/1/, с. 9-43; /2/, с. 5-22).

2 Рассмотреть определение дерева и доказать теорему о его характеристических свойствах (/1/, с. 56-59; /2/, с.45-46).

3 Ввести понятие остовного леса графа и проанализировать его взаимосвязь с фундаментальной системой циклов исходного графа (/1/, с. 59-61).

4 Разобрать задачу о перечислении деревьев и доказать известную теорему Кэли о числе помеченных деревьев (/1/, с. 62-66).

Разобрать алгоритм построения остовного дерева графа на стр. 55-56 в /2/ и решить задачи 9a, 9c, 9e, 9i из /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Уилсон Р. Введение в теорию графов. – М.: Мир, 1977.

2 Белов В.В., Воробьев Е.М., Шаталов В.Е. Теория графов. – М.: ВШ, 1976.

3 Березина Л.Ю. Графы и их применения: Пособие для учителей. – М., 1979.

Тема 53. Свойства эйлеровых графов

Одной из первых задач, приведших к возникновению теории графов, является известная задача Эйлера о кенигсбергских мостах. Решение этой задачи естественно привело к определению важного класса графов, называемых эйлеровыми. Цель курсовой работы - изучить основные свойства эйлеровых графов. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории графов, как граф, маршрут и цикл (/1/, с. 9-43; /2/, с. 14-18).

2 Рассмотреть задачу Эйлера о кенигсбергских мостах, ввести определение эйлерова графа и доказать критерий эйлеровости графа (/1/, с. 43-45; /2/, с. 5-22).

3 Разобрать алгоритм Флери построения эйлеровой цепи в графе (/1/, с. 45-46).

Разобрать алгоритм построения эйлерова цикла на стр. 22-23 в /2/ и решить задачи 6a, 6c, 6d, 6f, 6g из /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Уилсон Р. Введение в теорию графов. – М.: Мир, 1977.

2 Белов В.В., Воробьев Е.М., Шаталов В.Е. Теория графов. – М.: ВШ, 1976.

3 Березина Л.Ю. Графы и их применения: Пособие для учителей. – М., 1979.

Тема 54. Свойства гамильтоновых графов

Одной из первых задач, приведших к возникновению теории графов, является известная «задача о коммивояжере». Решение этой задачи естественно привело к определению важного класса графов, называемых гамильтоновыми. Цель курсовой работы - изучить основные свойства гамильтоновых графов и рассмотреть практические задачи, сводящиеся к задаче о коммивояжере. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории графов, как граф, маршрут и цепь, контур и цикл (/1/, с. 9-43; /2/, с. 14-18).

2 Рассмотреть понятие гамильтонова цикла, ввести определение гамильтонова графа и доказать теорему Дирака о таких графах (/1/, с. 48-51; /2/, с. 168-173).

3 Разобрать задачу о коммивояжере и примеры конкретных практических задач, приводящих к этой задаче (/2/, с. 179-182).

4 Изучить метод ветвей и границ, разобрать точный алгоритм решения задачи о коммивояжере на стр. 182-197 в /2/.

Решить задачи 7a, 7b, 7d, 7e, 7i из /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Уилсон Р. Введение в теорию графов. – М.: Мир, 1977.

2 Белов В.В., Воробьев Е.М., Шаталов В.Е. Теория графов. – М.: ВШ, 1976.

3 Березина Л.Ю. Графы и их применения: Пособие для учителей. – М., 1979.

Тема 55. Раскраски графов

Одной из первых задач, приведших к возникновению теории графов, является известная «гипотеза четырех красках». Исследование этой проблемы послужило толчком к многочисленным и чрезвычайно разнообразным исследованиям, в результате которых возник важный раздел теории графов. Цель курсовой работы - изучить основные понятия теории раскрашивания плоских графов и проанализировать известные результаты о гипотезе четырех красок. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории графов, как граф, маршрут и контур, раскраска и плоский граф (/1/, с. 9-43; /2/, с. 14-18).

2 Рассмотреть понятия хроматического числа и хроматического многочлена графа, графа, доказать теоремы о свойствах этих понятий (/1/, с. 101-103, 120-124; /2/, с. 168-173).

3 Проанализировать известные результаты о гипотезе четырех красок (/1/, с. 110-119; /2/, с. 95-99; /3/, с. 32-40).

Решить задачи 17a, 17b, 17d, 21a, 21b, 21c из /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Уилсон Р. Введение в теорию графов. – М.: Мир, 1977.

2 Белов В.В., Воробьев Е.М., Шаталов В.Е. Теория графов. – М.: ВШ, 1976.

3 Проблемы современной математики. – М.: Знание, 1975.

4 Березина Л.Ю. Графы и их применения: Пособие для учителей. – М., 1979.

Тема 56. Ориентированные графы

Понятие ориентированного графа (орграфа) играет важную роль в теории графов и ее разнообразных приложениях. В курсовой работе необходимо изучить основные свойства орграфов и проанализировать известную классификацию таких графов. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории графов, как ориентированный граф, ориентированный маршрут, орцепь, орцикл и сильная связность, доказать теорему Роббинса об ориентируемом связном графе (/1/, с. 127-130).

2 Рассмотреть понятие эйлерова орграфа и доказать основную теорему о таких графах (/1/, с. 131-133).

3 Рассмотреть понятия гамильтонова орграфа и проанализировать взаимосвязь полугамильтоновых оргафов с турнирами (/1/, с. 133-136).

4 Разобрать приложение орграфов к теории цепей Маркова (/1/, с. 138-142).

Решить задачи 22a, 22b, 22c, 22d, 22e, 22g, 23a, 22c, 24c, 24d, 24e из /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Уилсон Р. Введение в теорию графов. – М.: Мир, 1977.

2 Белов В.В., Воробьев Е.М., Шаталов В.Е. Теория графов. – М.: ВШ, 1976.

3 Березина Л.Ю. Графы и их применения: Пособие для учителей. – М., 1979.

Тема 57. Паросочетания

Многие комбинаторные приложения теории графов естественно приводят к понятиям паросочетания и трансверсали. Цель курсовой работы - изучить постановки важных комбинаторных задач и основные методы их решения с помощью теории графов. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории графов, как граф, двудольный граф и паросочетание (/1/, с. 9-43, 144-146; /3/, с. 154-159).

2 Рассмотреть известную задачу о свадьбах и доказать теорему Холла (/1/, с. 144-147; /2/, с. 168-173).

3 Изучить теорию трансверсалей и ее приложение к задачам о паросочетаниях (/1/, с. 148-150).

4 Разобрать приложения теоремы Холла к латинским квадратам, реберным раскраскам графов и (0,1)-матрицам (/1/, с. 151-156).

Разобрать алгоритм построения наибольшего паросочетания на стр. 159-163 в /3/ и решить задачи 25a, 25e, 25f, 26a, 26b, 26d, 27a, 27b, 27d, 27e из /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Уилсон Р. Введение в теорию графов. – М.: Мир, 1977.
2 Белов В.В., Воробьев Е.М., Шаталов В.Е. Теория графов. – М.: ВШ, 1976.
3 Липский В. Комбинаторика для программистов. – М.: Мир, 1988.
4 Березина Л.Ю. Графы и их применения: Пособие для учителей. – М., 1979.

Тема 58. Теория трансверсалей

Известная задача о системе различных представителей (называемая также трансверсалью) имеет многочисленные приложения в теории множеств, комбинаторике, теории графов и других разделах дискретной математики. Цель курсовой работы - изучить разнообразные эквивалентные постановки задачи о системе различных представителей и методы ее решения. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории графов, как граф и двудольный граф, паросочетание и трансверсаль (/1/, с. 9-43, 144-148; /2/, с. 128-134; /3/, с. 154-155, 163-169).

2 Разобрать доказательство теоремы о системе различных представителей и эквивалентных ей известных теорем (/2/, с. 128-144).

3 Рассмотреть прикладные задачи на паросочетания (/2/, с. 150-166).

Разобрать венгерский алгоритм построения трансверсали на стр. 144-150 в /2/ и решить задачи 25a, 25f, 25g, 26c, 26e, 27c, 27d из /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Уилсон Р. Введение в теорию графов. – М.: Мир, 1977.
2 Белов В.В., Воробьев Е.М., Шаталов В.Е. Теория графов. – М.: ВШ, 1976.
3 Липский В. Комбинаторика для программистов. – М.: Мир, 1988.
4 Березина Л.Ю. Графы и их применения: Пособие для учителей. – М., 1979.

Тема 59. Потоки в сетях

Многие прикладные задачи, связанные с перевозкой грузов, организацией коммуникаций, распределением товаров и т.п., естественно приводят к определению важного класса ориентированных графов, называемых сетями. Цель курсовой работы - изучить основные свойства сетей и рассмотреть практические задачи, решение которых сводится к основной задаче транспортных сетей о максимальном потоке. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории сетей, как ориентированный граф, сеть, поток в сети и разрез сети (/1/, с. 126-131; 163-166; /2/, с. 114-117; /3/, с. 136-138).

2 Разобрать доказательство теоремы Форда-Фалкерсона о максимальном потоке и минимальном разрезе (/1/, с. 165-171; /2/, с. 114-118; /3/, с. 138-141).

3 Рассмотреть прикладные задачи, решение которых сводится к построению максимального потока в сети (/2/, с. 119-122).

Разобрать алгоритм построения максимального потока в сети (/1/, с. 119; /2/, с. 115-118; /3/, с. 141-154) и решить задачи 29a, 29b, 29c, 25f из /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Уилсон Р. Введение в теорию графов. – М.: Мир, 1977.

2 Белов В.В., Воробьев Е.М., Шаталов В.Е. Теория графов. – М.: ВШ, 1976.

3 Липский В. Комбинаторика для программистов. – М.: Мир, 1988.

4 Березина Л.Ю. Графы и их применения: Пособие для учителей. – М., 1979.

Тема 60. Производящие функции в теории графов

Многие задачи перечисления графов эффективно решаются с помощью мощного инструмента комбинаторики, основанного на понятии производящей функции числовой последовательности. Цель курсовой работы - изучить основные свойства производящих функций и метод решения задач перечисления графов с помощью таких функций. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории графов, как граф, маршрут, цикл и дерево (/1/, с. 9-43; /2/, с. 5-22).

2 Рассмотреть определение производящей функции и доказать основные свойства таких функций (/2/, с. 226-231; /3/, с. 64-72; /4/, с. 24-30).

3 Разобрать решение задачи перечисления корневых деревьев с помощью производящих функций (/1/, с. 236-238).

Разобрать все примеры из указанных выше литературных источников и решить задачи 9a-9c из /1/ и 2.3, 2.7, 2.10, 2.35, 2.38 из /4/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Уилсон Р. Введение в теорию графов. – М.: Мир, 1977.

2 Белов В.В., Воробьев Е.М., Шаталов В.Е. Теория графов. – М.: ВШ, 1976.
3 Липский В. Комбинаторика для программистов. – М.: Мир, 1988.
4 Комбинаторный анализ. Задачи и упражнения. – М.: Наука, 1982.

Тема 61. Теорема Пойа и перечисление графов

Решение многих задач перечисления графов сводится к подсчету числа классов эквивалентностей. Эффективный метод решения таких задач базируется на известной теореме Пойа. Цель курсовой работы – изучить основные свойства групп подстановок и метод решения комбинаторных задач теории графов с помощью теоремы Пойа. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории графов и теории групп, как граф, группа подстановок и ее цикловой индекс (/2/, с. 9-18; 239-243; /3/, с. 21-26, 194; /4/, с. 50-63).

2 Рассмотреть определение эквивалентности, порождаемой группой подстановок, и доказать лемму Бернсайда о числе классов такой эквивалентности (/2/, с. 245-248; /4/, с. 81-85).

3 Разобрать определение перечня конфигурации и доказать теорему Пойа (/2/, с. 248-259; /3/, с. 211-216).

4 Рассмотреть задачу о перечислении графов и метод ее решения с помощью теоремы Пойа (/2/, с. 262-270; /3/, с. 216-224).

Разобрать все примеры из указанных выше литературных источников и решить задачи 10а, 10с из /1/, 15.1, 15.2 из /3/ и 2.100-2.102, 2.120 из /5/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Уилсон Р. Введение в теорию графов. – М.: Мир, 1977.
2 Белов В.В., Воробьев Е.М., Шаталов В.Е. Теория графов. – М.: ВШ, 1976.
3 Харари Ф. Теория графов. – М.: Мир, 1973.
4 Калужнин Л.А., Сущанский В.И. Преобразования и перестановки. – М.: Наука, 1985.
5 Комбинаторный анализ. Задачи и упражнения. – М.: Наука, 1982.

Тема 62. Графы на двумерных поверхностях

Алгебраические методы теории графов позволяют исследовать такие важные инварианты двумерных поверхностей, как эйлерова характеристика и группы гомологий. В курсовой работе необходимо изучить основные свойства графов на двумерных поверхностях и проанализировать известную взаимосвязь групп цепей графов с топологическими инвариантами соответствующих поверхностей. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории графов, как граф, маршрут, цикл, плоский граф и его эйлерова характеристика (/1/, с. 9-43, 74-81; /2/, с. 5-22, 60-65).

2 Рассмотреть понятие эйлеровой характеристики двумерной поверхности и доказать ее основные свойства (/2/, с. 65-75).

3 Разобрать определения групп гомологий графов и доказать их основные свойства (/2/, с. 76-81).

Разобрать примеры вычисления групп гомологий для конкретных поверхностей на стр. 81-83 в /2/ и решить задачи 1, 2 на стр. 73, 75 в /2/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Уилсон Р. Введение в теорию графов. – М.: Мир, 1977.

2 Белов В.В., Воробьев Е.М., Шаталов В.Е. Теория графов. – М.: ВШ, 1976.

3 Березина Л.Ю. Графы и их применения: Пособие для учителей. – М., 1979.

Тема 63. Конечные группы и их графы

Всякой конечной группе можно сопоставить некоторую геометрическую фигуру – граф этой группы. Цель курсовой работы – изучить наглядной представление конечных групп с помощью графов, построить графы некоторых групп и установить соответствие между свойствами группы и ее графа. Рекомендуется следующий порядок изложения материала:

1 Определить некоторые основные понятия теории групп (в частности, образующих группы). Дать определение графа группы и построить графы некоторых групп, например, циклических групп, групп кватернионов, симметрической группы S_3, группы додекаэдра (/1/, с. 18 – 37; 58 – 106).

2 С помощью графа построить все подгруппы группы кватернионов (/1/, с. 182 – 186).

3 Сформулировать и доказать теорему Фрухта о представлении любой конечной группы в виде группы автоморфизмов некоторого графа (/2/, с. 301 – 307).

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Гроссман И., Магнус В. Группы и их графы. – М.: Мир, 1971.

2 Оре О. Теория графов. – М.: Наука, 1968.

3 Фрид Э. Элементарное введение в абстрактную алгебру. – М.: Мир, 1979.

Тема 64. Теорема Рамсея и ее приложения

Теорема Рамсея является одной из наиболее важных теорем существования в комбинаторике, имеющей самые разнообразные приложения в теории графов, алгебре, теории информации и других разделах математики. Цель курсовой работы – изучить доказательства теоремы Рамсея и рассмотреть приложения этой теоремы к решению алгебраических задач теории полугрупп и регулярных языков. Рекомендуется следующий план работы.

1 Рассмотреть задачу Рамсея о существовании специальных чисел для определенных комбинаторных конфигураций, удовлетворяющих свойству Рамсея (/1/, с. 340-342; /2/, с. 282-283; /3/, с. 28-30).

2 Разобрать доказательства теоремы Рамсея средствами математической логики и комбинаторными методами теории графов (/1/, с. 342-349; /2/, с. 282-287; /4/, с. 2-4).

3 Рассмотреть приложения этой теоремы к решению алгебраических задач теории полугрупп и регулярных языков (/4/, с. 4-9).

Разобрать все примеры из указанных выше литературных источников и решить задачи 1-3 на с. 287 в /2/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Булос Дж., Джеффри Р. Вычислимость и логика. – М.: Мир, 1994.
2 Оре О. Теория графов. – М.: Наука, 1968.
3 Харари Ф. Теория графов. – М.: Мир, 1973.
4 Higgins P. Ramsey’s theorem in algebraic semigroups. Report No. 94-14. University of Essex, 1994 (препринт).

Тема 65. Полугруппы преобразований

Понятие композиции преобразований множества играет фундаментальную роль в алгебре, геометрии, математическом анализе и других разделах математики. В курсовой работе необходимо изучить основные свойства полугрупп преобразований и проанализировать их взаимосвязь с матричными полугруппами. Рекомендуется следующий план работы.

1 Рассмотреть понятие преобразования множества и определение композиции преобразований (/1/, с. 15-24; /2/, с. 3-46; /3/, с. 15-22).

2 Изучить понятия идеалов полугрупп, доказать их основные свойства и разобрать примеры вычисления идеалов в полугруппах преобразований (/1/, с. 35-42).

3 Рассмотреть определения отношений Грина на полугруппе и разобрать примеры вычисления отношений Грина на полугруппах преобразований (/1/, с. 56-62, /3/, с. 77-84).

Решить задачи 1, 3, 4 из упражнений на стр. 33 и задачи 3, 5, 8 из упражнений на стр. 70-71 книги /1/, а также задачи 7-10 из упражнений на стр.22-23 и задачи 1, 3,4 из упражнений на стр.84-85 книги /3/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Лаллеман Ж. Полугруппы и комбинаторные приложения. – М.: Мир, 1985.

2 Калужнин Л.А., Сущанский В.И. Преобразования и перестановки. – М.: Наука, 1985.

3 Клиффорд А., Престон Г. Алгебраическая теория полугрупп, т. 1. – М.: Мир, 1972.

Тема 66. Полугруппы в биологии

Понятие полугруппы – относительно молодое в математике. Теория полугрупп, главным образом, связана с теорией формальных языков и информатикой вообще. Однако, полугруппы используются и в таких науках, как биология, биохимия, психология и социология. В данной курсовой работе предлагается осветить использование полугрупп в биологии.

Рекомендуется изучить материал, изложенный на с. 526-534 книги /1/, и выполнить упражнения, предложенные на с. 534-535 этого же источника.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Лидл Р., Пильц Г. Прикладная абстрактная алгебра: Учеб. пособие/ Пер. с англ. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 1996.

Тема 67. Копредставления полугрупп

При исследовании понятия разрешимости в математической логике важную роль играют копредставления полугрупп. В курсовой работе необходимо изучить основные свойства свободных полугрупп и метод построения полугрупп с помощью образующих и определяющих соотношений. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основные понятия теории полугрупп, как свободная полугруппа и конгруэнция, доказать основные свойства свободных полугрупп (/1/, с. 15-27; /2/, с. 468-472; /3/, с. 34-36, 65).

2 Рассмотреть копредставления полугрупп как метод построения полугрупп с помощью образующих и определяющих соотношений (/1/, с. 27-30; /2/, с. 472-475; /3/, с. 65-67).

3 Разобрать примеры копредставлений циклической полугруппы и бициклического моноида, проанализировать взаимосвязь таких моноидов с ограниченными языками Дика (/1/, с. 30-32; /3/, с. 68-71).

Решить задачи 8, 9, 11 из упражнений на стр. 33-34, задачи 2-6 на стр. 476 книги /2/ и задачи 1, 2, 4, 5 из упражнений на стр. 71 книги /3/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Лаллеман Ж. Полугруппы и комбинаторные приложения. – М.: Мир, 1985.

2 Лидл Р., Пильц Г. Прикладная абстрактная алгебра. – Екатеринбург: Изд-во УрГУ, 1996.

3 Клиффорд А., Престон Г. Алгебраическая теория полугрупп, Т. 1. – М.: Мир, 1972.

Тема 68. Логика на словах

Один из основных подходов к исследованию распознаваемых языков базируется на известной теореме Ж. Бучи о характеризации регулярных языков средствами монадической логики второго порядка. В курсовой работе необходимо изучить метод исследования распознаваемых языков, основанный на монадической логике второго порядка. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить основные понятия монадической логики второго порядка (/1/, с. 328-330; /2/, с. 313-321; /3/, с. 1-2).

2 Рассмотреть приложение монадической логики второго порядка к теории языков (/2/, с. 321-324; /3/, с. 1-2).

3 Разобрать доказательство теоремы Ж.Бучи о характеризации регулярных языков средствами монадической логики второго порядка (/2/, с. 325-329; /3/, с. 1-2).

4 С помощью теоремы Ж.Бучи исследовать взаимосвязь между иерархиями языков и определяющих их формул логики первого порядка (/2/, с. 329-338; /3/, с. 8-13).

Разобрать все примеры из указанных выше литературных источников и решить задачи 2, 3, 6-8 из упражнения на с. 352 в /2/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Булос Дж., Джеффри Р. Вычислимость и логика. – М.: Мир, 1994.

2 Pin J.-E., Perrin D. Infinite words. 2001 (в печати, текст доступен на www.liafa.jussieu.fr/~jep/Resumes/InfiniteWords.html).

3 Pin J.-E. Logic on Words. Report LITP 94/53, Institut Blaise Pascal, 1994 (препринт).

Тема 69. Алгебры отношений и полугруппы преобразований

Полугруппы преобразований, с одной стороны, играют фундаментальную роль в теории полугрупп и, с другой стороны, являются частным видом алгебр отношений, играющих важную роль в универсальной алгебре. Цель курсовой работы - изучить основные методы алгебр отношений и теории представления полугрупп преобразованиями. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основополагающие понятия теории моделей, как язык узкого исчисления предикатов (УИП) и его интерпретация в моделях (/1/, с. 13-61; /2/, с. 103-118; /3/, с. 4-9).

2 Рассмотреть понятие алгебры отношений и разобрать (без доказательства) основную теорему об алгебрах отношений (/3/, с. 10-15).

3 Изучить метод определяющих пар в теории представления полугрупп преобразованиями и получить с его помощью абстрактную характеристику упорядоченных полугрупп преобразований (/3/, с. 15-30).

Восстановить доказательства всех примеров из указанных выше литературных источников.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Кейслер Г., Чен Ч.Ч. Теория моделей. – М.: Мир, 1977.

2 Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика. – М.: Наука, 1979.

3 Шайн Б.М. Лекции о полугруппах преобразований. – Саратов: Изд-во СГУ, 1970.

Тема 70. Рациональные языки

Рациональные языки были введены С. Клини при изучении языков, распознаваемых автоматами с конечным числом состояний. В курсовой работе необходимо изучить основные свойства конечных автоматов и проанализировать взаимосвязь между рациональными языками и языками, распознаваемыми конечными автоматами. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить основные понятия теории конечных автоматов (/1/, с. 174-178; /2/, с. 447-453, 483-486).

2 Рассмотреть понятие полугруппы слов и понятие языка, распознаваемого конечным автоматом, исследовать взаимосвязь таких языков с конгруэнциями и фактор-полугруппами полугруппы слов (/1/, с. 178-184; /2/, с. 520-521).

3 Разобрать понятие рационального языка и доказать теорему Клини об эквивалентности этого понятия понятию языка, распознаваемого конечным автоматом (/1/, с. 189-194).

Решить задачи 1-5 из упражнений на стр. 212 книги /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Лаллеман Ж. Полугруппы и комбинаторные приложения. – М.: Мир, 1985.

2 Лидл Р., Пильц Г. Прикладная абстрактная алгебра. – Екатеринбург: Изд-во УрГУ, 1996.

Тема 71. Соответствие Эйленберга

Открытое С. Эйленбергом соответствие между многообразиями рациональных языков и псевдомногообразиями моноидов играет важную роль в теории конечных полугрупп, автоматов и языков. В курсовой работе необходимо изучить основные свойства рациональных языков и их синтаксических моноидов для того, чтобы обосновать соответствие Эйленберга. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить основные понятия теории конечных автоматов и рассмотреть определение языка, распознаваемого конечным автоматом (/1/, с. 174-178; /2/, с. 447-453, 483-486).

2 Рассмотреть понятия синтаксической конгруэнции и синтаксического моноида, проанализировать их взаимосвязь с языками, распознаваемыми конечными автоматами (/1/, с. 178-184, 200-204; /2/, с. 520-521).

3 Разобрать понятия многообразия (или потока) языков и псевдомногообразия (или потока) конечных моноидов, доказать теорему Эйленберга о взаимосвязи этих двух фундаментальных понятий (/1/, с. 204-207).

4 Рассмотреть различные подходы к исследованию псевдомногообразий конечных моноидов (/1/, с. 208-211; /3/).

Решить задачи 5, 10-13, 15 из упражнений на стр. 213-214 книги /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Лаллеман Ж. Полугруппы и комбинаторные приложения. – М.: Мир, 1985.

2 Лидл Р., Пильц Г. Прикладная абстрактная алгебра. – Екатеринбург: Изд-во УрГУ, 1996.

3 Almeida J. On pseudovarieties, varieties of languages, filters of congruences, pseudoidentities and related topics // Algebra Universalis, 27 (1990). P. 333-350.

Тема 72. Отношения Грина

Введенные Дж. Грином пять фундаментальных отношений на полугруппах играют центральную роль при описании строения полугрупп как в локальном, так и в глобальном аспектах. В курсовой работе необходимо изучить основные свойства отношений Грина на конечных полугруппах и рассмотреть их приложение к описанию локальных свойств таких полугрупп. Рекомендуется следующий план работы.

1 Рассмотреть такие важные понятия теории полугрупп, как полугруппа преобразований и идеалы полугрупп, доказать основные свойства идеалов конечных полугрупп (/1/, с. 21-22, 35-42; /2/, с. 15-23).

2 Изучить определения и свойства отношений Грина на конечной полугруппе (/1/, с. 42-45; /2/, с. 72-77).

3 Рассмотреть приложения отношений Грина к описанию локального строения конечных полугрупп (/1/, с. 45-49).

4 Разобрать понятие группы Шютценберже D-класса конечной полугруппы и доказать ее свойства (/1/, с. 49-56; /2/, с. 93-96).

Решить задачи 1, 3, 5, 7-9, 13 из упражнений на стр. 70-71 книги /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Маллеман Ж. Полугруппы и комбинаторные приложения. – М.: Мир, 1985.

2 Клиффорд А., Престон Г. Алгебраическая теория полугрупп, Т. 1. – М.: Мир, 1972.

Тема 73. Декомпозиция конечных моноидов

Теория декомпозиции конечных моноидов играет важную роль в теории полугрупп и комбинаторике. В курсовой работе необходимо изучить основы теории декомпозиции конечных моноидов. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить такие основные понятия теории групп, как композиционный ряд группы, полупрямое произведение групп и сплетение групп, доказать их основные свойства (/1/, с. 101-106; /2/, с. 468-472; /3/, с. 34-36, 65).

2 Рассмотреть понятие декомпозиции конечных моноидов и доказать основную теорему декомпозиции (/1/, с. 107-114).

3 Доказать теорему декомпозиции конечных моноидов преобразований (/1/, с. 111-121).

Решить задачи 1, 5, 7, 12 из упражнений на стр. 122-123 книги /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Маллеман Ж. Полугруппы и комбинаторные приложения. – М.: Мир, 1985.

Тема 74. Рациональные и алгебраические языки над полукольцами

Рациональные и алгебраические языки естественно возникли в связи с изучением языков с помощью формальных степенных рядов. В курсовой работе необходимо изучить взаимосвязь между алгебраическими рядами и степенными рядами от некоммутирующих переменных. Рекомендуется следующий план работы.

1 Рассмотреть полукольцо степенных рядов над произвольным полукольцом и доказать его полноту относительно канонически определенной на нем нормы (/1/, с. 131-132, 308-309).

2 Доказать для полукольца степенных рядов теорему Банаха о неподвижной точке и с помощью ее получить достаточные условия решения системы полиномиальных уравнений (/1/, с. 309-311).

3 Изучить понятия рационального ряда и рационального языка, алгебраического ряда и алгебраического языка, рассмотреть свойства таких рядов и доказать обобщенную теорему Клини (/1/, с. 312-322).

Решить задачи 9-10 из упражнений на стр. 235 книги /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Лаллеман Ж. Полугруппы и комбинаторные приложения. – М.: Мир, 1985.

Тема 75. Элементы теории конечных автоматов

Понятие конечного автомата широко применяется при конструировании электронно-вычислительных машин и в компьютерной науке. В курсовой работе необходимо изучить основные понятия теории конечных автоматов, проанализировать взаимосвязь таких автоматов с конечными полугруппами и доказать основные теоремы о декомпозиции автоматов. Рекомендуется следующий план работы.

1 Рассмотреть основные понятия теории конечных автоматов и теории полугрупп (/1/, с. 199-203; /2/, с. 447-453, 455-459, 477-480; /4/, с. 16-20).

2 Разобрать простейшие операции над автоматами и доказать их свойства (/1/, с. 203-206; /2/, с. 487-493; /4/, с. 66-68).

3 Проанализировать взаимосвязь конечных автоматов (без выходов) с конечными полугруппами (/2/, с. 483-486).

4 Рассмотреть операцию каскадного соединения автоматов и доказать теорему декомпозиции Крона-Роудза (/2/, с. 494-500; /4/, с. 68-70, 80-85).

Решить задачи 1-6 и упр. 6-9 на стр. 453-454, задачи 1-3 и упр. 1, 4 на стр. 481-482, задачи 1-4 и упр. 1-3 на стр. 486, задачи 1-2 и упр. 4, 5 на стр. 500 из /2/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Белов В.В., Воробьев Е.М., Шаталов В.Е. Теория графов. – М.: ВШ, 1976.

2 Лидл Р., Пильц Г. Прикладная абстрактная алгебра. – Екатеринбург: Изд-во УрГУ, 1996.

3 Богомолов А.В., Салий В.Н. Алгебраические основы теории дискретных систем. – М.: Наука, 1997.

4 Плоткин Б.И., Гринглаз Л.Я., Гварамия А.А. Элементы алгебраической теории автоматов. – М.: Высшая школа, 1994.

Тема 76. Минимизация чистых автоматов

Понятие конечного автомата широко применяется при конструировании электронно-вычислительных машин и в компьютерной науке. В курсовой работе необходимо изучить основные понятия теории конечных автоматов, рассмотреть понятие эквивалентных состояний автомата и доказать теоремы об эквивалентных состояниях. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить основные понятия теории автоматов (/1/, с. 16-18, /2/, с. 446-455, 477-483, /3/, с. 75-79).

2 Разобрать понятия гомоморфизма, покрытия и эквивалентности автоматов. Доказать теоремы об эквивалентных состояниях (/1/, с. 20-25, /3/, с. 81-87).

3 Проанализировать связь понятий эквивалентного и минимального автоматов. Рассмотреть процедуру построения для данного автомата минимального (/2/, с. 501-508, /3/, 87-90).

Решить задачи и упражнения: /2/, с. 453-454, 481-482, 507; /3/, с. 91-93. Составить алгоритм процедуры минимизации (в виде блок-схемы).

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Плоткин Б.И., Гринглаз Л.Я., Гварамия А.А. Элементы алгебраической теории автоматов. – М.: Высш. школа, 1994.

2 Лидл Р., Пильц Г. Прикладная абстрактная алгебра. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 1996.

3 Биркгоф Г., Барти Т. Современная прикладная алгебра. – М.: Мир, 1976.

Тема 77. Конструкции чистых автоматов

Понятие конечного автомата широко применяется при конструировании электронно-вычислительных машин и в компьютерной науке. В курсовой работе необходимо изучить основные понятия теории конечных автоматов, рассмотреть понятия гомоморфизма автоматов, свободного автомата и разобрать вопрос о каскадных соединениях чистых автоматов. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить основные понятия теории автоматов (/1/, с. 16-18, /2/, с. 446-455, 477-483).

2 Разобрать понятие гомоморфизма автоматов (/1/, с. 20-25).

3 Рассмотреть каскадные соединения абсолютно чистых автоматов (/1/, с. 67-74, /2/, 487-501).

Решить задачи и упражнения: /2/, с. 453-454, 481-482, с. 493-494, 500-501.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Плоткин Б.И., Гринглаз Л. Я., Гварамия А.А. Элементы алгебраической теории автоматов. – М.: Высш. школа, 1994.

2 Лидл Р., Пильц Г. Прикладная абстрактная алгебра. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 1996.

Тема 78. Цифровое шифрование

Современная криптология является важным разделом прикладной математики. В курсовой работе предлагается рассмотреть вопросы, связанные с алгебраическими методами криптографии. Рекомендуется следующий план изложения материала:

1 Понятие кода, кодирования, декодирования информации (/1/, с.9, /3/, с.253-255).

2 Криптосистема без передачи ключей (/1/, с. 27-28).

3 Криптосистема с открытым ключом (/1/, с. 28-31, /3/, с. 377-397).

4 Электронная подпись (/1/, с. 31-34).

Решить упражнения на с. 375-377, 391-397 в /3/. В работу может быть включен материал, освещающий историю развития шифрования.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Нечаев В.И. Элементы криптографии (Основы теории защиты информации): Учеб. пособие для ун-тов и пед. вузов/ Под ред. В.А. Садовничего – М.: Высш. шк.,1999.

2 Лебедев А.Н. Криптография с открытым ключом и возможности ее практического применения// Защита информации. 1992. Вып. 2. С. 129-147.

3 Лидл Р., Пильц Г. Прикладная абстрактная алгебра: Учеб. пособие/ Пер. с англ. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 1996.

Тема 79. Последовательности над конечным полем

Современная криптография черпает свои методы из математики и информатики. При решении проблем кодирования широко используются алгебраические методы, в частности, алгебра последовательностей над конечным полем. В курсовой работе должны быть рассмотрены вопросы:

1 Понятие кода, кодирования, декодирования информации (/2/, с.253-255, /3/, с.238-240).

2 Псевдослучайные последовательности и их применение в криптографии (/1/, с. 49-51).

3 Алгебра последовательностей над конечным полем (/1/, с. 51-53).

4 Линейные последовательности над конечным полем (/1/, с. 53-56, /2/, с. 397-418).

Выполнить упражнения на с. 413-417 книги /2/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Нечаев В.И. Элементы криптографии (Основы теории защиты информации): Учеб. пособие для ун-тов и пед. вузов/ Под ред. В.А. Садовничего – М.: Высш. шк.,1999.

2 Лидл Р., Пильц Г. Прикладная абстрактная алгебра: Учеб. пособие/ Пер. с англ. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 1996.

3 Берлекэмп Э. Алгебраическая теория кодирования. – М.: Мир, 1971.

Тема 80. Линейные коды

В курсовой работе предлагается изучить вопросы, связанные с линейными кодами. Рекомендуется разобрать следующий материал: /1/, с. 253-280, /2/, с. 238-240, 242-245, 253-256. Выполнить упражнения на с. 275-279 в книге /1/ и упражнения 1, 4, 5, 6 на с. 256-257 в книге /2/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Лидл Р., Пильц Г. Прикладная абстрактная алгебра: Учеб. пособие/ Пер. с англ. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 1996.

2 Берлекэмп Э. Алгебраическая теория кодирования. – М.: Мир, 1971.

Тема 81. Решетки

Понятие решетки играет важную роль в алгебре и дискретной математике. В курсовой работе необходимо изучить характеристические свойства решеток как упорядоченных множеств и как алгебр с двумя бинарными операциями, проанализировать взаимосвязь основных свойств решеток, доказать критерии модулярности и дистрибутивности решеток. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить характеристические свойства решеток, доказать их основные свойства (/1/, глава 2, р. 4; /2/, глава 1, § 1; /3/, глава 2, § 2.4).

2 Рассмотреть основные классы решеток и доказать критерии модулярности и дистрибутивности решеток (/1/, глава 2, р. 4; /2/, глава 1, § 1; /3/, глава 2, § 2.4).

Разобрать все примеры из указанных выше литературных источников и решить задачи 3, 4, 8 из упражнения на стр. 92 в /1/ и задачи 12, 14 на стр. 19 в /2/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Кон П., Универсальная алгебра. – М.: Мир, 1968.

2 Лидл Р., Пильц Г., Прикладная абстрактная алгебра. – Екатеринбург: Изд-во УрГУ, 1996.

3 Богомолов А.В., Салий В.Н. Алгебраические основы теории дискретных систем. – М.: Наука, 1997.

Тема 82. Модулярные и дистрибутивные решетки

Свойства модулярности и дистрибутивности решеток играют важную роль как в самой теории решеток, так и в ее разнообразных приложениях. В курсовой работе необходимо изучить основные свойства модулярных и дистрибутивных решеток. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить характеристические свойства решеток, доказать их основные свойства (/1/, с. 77-79; /2/, с. 2-16; /3/, с. 157-163).

2 Рассмотреть для решетки свойство модулярности и доказать критерии модулярности решеток (/1/, с. 79-81; /2/, с. 19-21; /3/, с. 164-165).

3 Рассмотреть для решетки свойство дистрибутивности и доказать критерии дистрибутивности решеток (/1/, с. 81-84; /2/, с. 21-26; /3/, с. 165-167).

4 Доказать такие важные свойства модулярных решеток, как теорема об уплотнении цепей, теорема Крулля-Шмидта и теорема Куроша-Оре (/1/, с. 84-92).

Разобрать все примеры из указанных выше литературных источников и решить задачи 3, 5, 16, 17 из упражнения на стр. 92-93 в /1/ и задачи 1, 3, 5, 7, 9 из упражнения на стр. 28-30 в /2/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Кон П., Универсальная алгебра. – М.: Мир, 1968.

2 Лидл Р., Пильц Г., Прикладная абстрактная алгебра. – Екатеринбург: Изд-во УрГУ, 1996.

3 Богомолов А.В., Салий В.Н. Алгебраические основы теории дискретных систем. – М.: Наука, 1997.

Тема 83. Булевы алгебры

Понятие булевой алгебры играет важную роль в алгебре, математической логике и дискретной математике. В курсовой работе необходимо изучить характеристические свойства булевых алгебр, проанализировать взаимосвязь основных свойств таких алгебр, доказать теорему о представлении конечной булевой алгебры алгеброй множеств. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить характеристические свойства булевых алгебр и проанализировать их взаимосвязь с булевыми кольцами (/1/, глава 1, § 2, /2/, глава 1, § 1.1).

2 Рассмотреть основные свойства булевых алгебр и теорему о представлении конечной булевой алгебры алгеброй множеств (/1/, глава 1, § 2, /2/, глава 1, § 1.1).

Разобрать все примеры из указанных выше литературных источников и решить задачи 2, 3, 4, 5 на стр. 42 в /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Лидл Р., Пильц Г., Прикладная абстрактная алгебра. – Екатеринбург: Изд-во УрГУ, 1996.

2 Богомолов А.В., Салий В.Н. Алгебраические основы теории дискретных систем. – М.: Наука, 1997.

Тема 84. Минимальные формы булевых многочленов

Проблема минимизации булевых многочленов играет важную роль в булевой алгебре и ее приложениях. В курсовой работе необходимо изучить основные свойства булевых многочленов методы их минимизации. Рекомендуется следующий план работы.

1 Рассмотреть понятия булевой алгебры и булева кольца, доказать еих основные свойства (/1/, с. 31-43).

2 Рассмотреть понятия булева многочлена и булевой полиномиальной функции, доказать их основные свойства (/1/, с. 43-47, 53-56).

3 Изучить алгоритмы построения дизъюнктивной нормальной формы и конъюнктивной нормальной формы булева многочлена (/1/, с. 47-53).

4 Рассмотреть проблему минимизации булевых многочленов и изучить метод минимизации таких многочленов, разработанный Куайном-Мак-Класки (/1/, с. 60-70).

Разобрать решения всех примеров из указанного выше литературного источника и решить задачи 5-8, 15 из упражнения на стр. 59-60 и задачи 1-5 из упражнения на стр. 70 в /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Лидл Р., Пильц Г., Прикладная абстрактная алгебра, Екатеринбург: Изд-во УрГУ, 1996.

2 Богомолов А.В., Салий В.Н. Алгебраические основы теории дискретных систем. – М.: Наука, 1997.

Тема 85. Приложения булевых алгебр к переключательным схемам

Одним из наиболее важных практических приложений алгебры является использование булевых многочленов для моделирования и упрощения переключательных схем. В курсовой работе необходимо изучить основные задачи алгебры переключательных схем и разобрать методы их решения с помощью булевых многочленов. Рекомендуется следующий план работы.

1 Рассмотреть понятия булевой алгебры и булева многочлена, доказать их основные свойства (/1/, с. 31-53).

2 Изучить основные понятия алгебры переключательных схем и разобрать способ представления переключательных функций с помощью диаграмм Карно (/1/, с. 74-86, 111-122).

3 Разобрать типичные примеры приложений переключательных схем (/1/, с. 89-104).

4 Разобрать приложение переключательных схем к сложению двоичных чисел с помощью полусумматоров и сумматоров (/1/, с. 105-111).

Разобрать решения всех примеров из указанного выше литературного источника /1/ и решить задачи 1-4, 9-11, 15, 19, 21 из упражнения на стр. 124-130 в /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Лидл Р., Пильц Г., Прикладная абстрактная алгебра. – Екатеринбург: Изд-во УрГУ, 1996.

4 РАЗЛИЧНЫЕ РАЗДЕЛЫ МАТЕМАТИКИ

Тема 86. Элементы линейного программирования

Линейное программирование – это область математического программирования, связанная с отысканием экстремальных значений (max или min) некоторой линейной формы (целевой функции) при ограничениях в виде системы линейных уравнений или неравенств. Исторически линейное программирование возникло при математическом моделировании некоторых экономических ситуаций, требующих оптимизации (планирование производства продукции, оптимизация доставки ресурсов от поставщика к потребителям и т.п.). Цель курсовой работы – изучить математический аппарат линейного программирования и его приложения в экономике и при решении некоторых физико-технических задач. Рекомендуется следующий план работы.

1 Примеры задач линейного программирования (задача о планировании производства, транспортная задача, задача о диете) (/1/, гл. 2; /2/).

2 Математическая постановка задач линейного программирования. Каноническая и стандартная задачи линейного программирования (/1/, §2.4; /2/).

3 Геометрический смысл задачи линейного программирования (/1/, §4.1; /2/).

4 Графо-аналитический метод решения задач линейного программирования (/1/, §4.1; /2/).

5 Симплекс-метод для решения задач линейного программирования (/1/, §§4.2, 4.3; /2/).

6 Примеры решения задач симплекс–методом (/1/, §4.4; /2/).

7 Транспортная задача и методы ее решения (/1/, гл. 6; /2/).

8 Примеры решения задач линейного программирования при моделировании экономических и физико-технических процессов.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Монахов В.М., Беляева Э.С., Краснер Н.Я. Методы оптимизации. – М.: Просвещение, 1979.

2 Солодовников Л.С. Введение в линейное программирование и линейную алгебру. – М.: Просвещение, 1966.

Тема 87. Дробно-линейное программирование

Дробно-линейное программирование – это область математического программирования, связанная с отысканием экстремальных значений (max или min) некоторой дробно-линейной целевой функции в линейной области ограничений. Задачи такого типа, вообще говоря, являются нелинейными задачами оптимизации, однако, путем соответствующего преобразования, сводятся к задачам линейного программирования, правда, с повышением размерности. К числу таких задач, например, относится задача по определению оптимальной рентабельности производства продукции или перевозки грузов. Цель курсовой работы – изучить методы решения задач дробно-линейного программирования и их приложения. Рекомендуется следующий план работы.

1 Примеры задач дробно-линейного программирования (/1/, с. 159; /2/).

2 Каноническая форма задач дробно-линейного программирования (/1/, §7.3; /2/; /3/).

3 Сведение задачи дробно-линейного программирования к задаче линейного программирования (/1/, §7.3; /2/; /3/).

4 Решение задач дробно-линейного программирования симплекс-методом (/1/, §7.4).

5 Графо-аналитический метод решения задач дробно-линейного программирования (/1/, §7.3; /2/; /3/).

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Монахов В.М., Беляева Э.С., Краснер Н.Я. Методы оптимизации. – М.: Просвещение, 1978.

2 Литовченко З.М. Понятие о дробно-линейном программировании // Вечерняя школа, 1974, № 6.

3 Литовченко З.М. Графический метод решения задач дробно-линейного программирования // Вечерняя школа, 1974, № 6.

Тема 88. Построение вещественных чисел по Дедекинду

Понятие вещественного числа играет фундаментальную роль в алгебре, геометрии, математическом анализе и других разделах математики. В курсовой работе необходимо изучить дедекиндов способ построения поля вещественных чисел с помощью сечений упорядоченного поля рациональных чисел. Рекомендуется следующий план работы.

1 Рассмотреть понятия упорядоченного поля и его основные свойства (/1/, глава 2, §77).

2 Изучить конструкцию расширения упорядоченного поля рациональных чисел с помощью его сечений (/1/, глава 2, § 77).

3 Доказать теорему Дедекинда о непрерывности такого расширения и другие известные теоремы математического анализа (/1/, глава 2, § 77).

Разобрать определения суммы, произведения и сравнения вещественных чисел по величине, доказать их основные свойства.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1. – М.: Наука, 1967.

2 Рудин М. Основы математического анализа. – М.: Мир, 1966.

Тема 89. Построение вещественных чисел по Коши

Понятие вещественного числа играет фундаментальную роль в алгебре, геометрии, математическом анализе и других разделах математики. В курсовой работе необходимо изучить канторов способ построения поля вещественных чисел с помощью фундаментальных последовательностей рациональных чисел. Рекомендуется следующий план работы.

1 Рассмотреть понятия упорядоченного поля и его основные свойства (/1/, глава 2, § 77).

2 Изучить конструкцию расширения упорядоченного поля рациональных чисел с помощью фундаментальных последовательностей (/1/, глава 2, § 77).

3 Доказать теорему Коши о сходимости фундаментальных последовательностей в таком расширении и другие известные теоремы математического анализа (/1/, глава 2, § 77).

Решить задачи 1-3 на стр. 285-286 и задачи 5-7 на стр. 291 из /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Ван дер Варден Б.Л. Алгебра. – М.: Наука, 1976.

Тема 90. Разрешимость элементарной теории вещественных чисел

Вопрос разрешимости теории вещественных чисел имеет принципиальное значение для математического анализа. В курсовой работе необходимо изучить доказательство разрешимости элементарной теории вещественных чисел методом элиминации кванторов. Рекомендуется следующий план работы.

1 Рассмотреть аксиоматику элементарной теории вещественных чисел (/1/, с. 7-21).

2 Доказать теорему Штурма о корнях многочлена (/1/, с. 23-25; /2/, с. 288-290).

3 Изучить метод элиминации кванторов и доказать с его помощью разрешимость элементарной теории вещественных чисел (/1/, с. 25-32).

Разобрать все примеры из указанных выше литературных источников и решить задачи 1-5 на стр. 290-291 в книге /2/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Энгелер Э. Метаматематика элементарной математики. – М.: Мир, 1987.

2 Ван дер Варден Б.Л. Алгебра. – М.: Наука, 1976.

Тема 91. Нестандартный математический анализ

Основы математического анализа были заложены в XVII веке Г. Лейбницем и И. Ньютоном в форме исчисления бесконечно малых. Такой подход к анализу был строго обоснован А. Робинсоном теоретико-модельными методами в результате разработки специальной техники изучения математических структур посредством исследования их нестандартных расширений, которые получаются добавлением к структурам идеальных объектов, не изменяющих существенно свойства исходных структур. Цель курсовой работы – изучить современный подход к исчислению бесконечно малых Г. Лейбница. Рекомендуется следующий план работы.

1 Изучить современную концепцию Лейбница построения нестандартной числовой системы - неархимедовой системы гипервещественных чисел (/1/, с. 8-30, 57-63; /2/, с. 7-11, 34-43; /3/, с. 7-15).

2 Рассмотреть понятие гипервещественной плоскости и разобрать метод наглядно-геометрического исследования функций вещественной переменной с помощью алгебраического аппарата системы гипервещественных чисел (/1/, с. 5-25; /2/, с. 12-15; /3/, с. 15-22).

3 На основе нестандартного подхода рассмотреть основные понятия дифференциального и интегрального исчисления (/1/, с. 41-57; /2/, с. 16-33; /3/, с. 32-45).

4 Изучить строгое обоснование методов исчисления бесконечно малых (/1/, с. 57-78; /2/, с. 34-48; /3/; /4/, с. 37-48).

Разобрать все примеры из указанных выше литературных источников и решить 5 задач на наглядно-геометрическое исследование функций вещественной переменной с помощью алгебраического аппарата системы гипервещественных чисел.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Успенский В.А. Что такое нестандартный анализ? – М.: Наука, 1987.

2 Молчанов В.А. Введение в нестандартный анализ. – Саратов: Изд-во СГПИ, 1990.

3 Молчанов В.А. Введение в исчисление бесконечно малых. – Саратов: Изд-во СГПИ, 1986.

4 Энгелер Э. Метаматематика элементарной математики. – М.: Мир, 1987.

Тема 92. Геометрия и искусство

Курсовая работа посвящена некоторым вопросам применения геометрии в искусстве. Рекомендуется следующий план работы.

1 Кратко изложить историю возникновения геометрии и её развития в античный период (/1/, с. 13-42).

2 Осветить применение теории пропорций (в частности, золотого сечения) в живописи и архитектуре (/1/, с. 69-82, 133-155). Решить упражнения (/1/, с. 156, № 1,2).

3 Описать применения в искусстве некоторых замечательных кривых, остановиться на истории их открытия и установить их основные свойства (/1/, с. 235-294). Решить упражнения (/1/, с. 295, 296, № 1, 3, 4, 7-9, 11).

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Пидоу Д. Геометрия и искусство. – М., 1979.

Тема 93. Рекуррентные последовательности при обобщениях теоремы Пифагора

Одно из малоизвестных обобщений теоремы Пифагора получается путем построения неограниченной сети квадратов, инициированной известными построениями Евклида при доказательстве теоремы Пифагора. Полученная таким образом сеть квадратов – так называемые обобщенные пифагоровы построения (ОПП), обладает рядом интересных свойств и, в частности, соответствующие стороны сети ОПП связаны определенным рекуррентным соотношением. Цель работы – работы изучить свойства ОПП. Рекомендуется следующий план работы.

1 Определение ОПП (п.1, /1/).

2 Описание ОПП с помощью оператора поворота (п.2, /1/).

3 Доказательство рекуррентных соотношений при ОПП (п.3, /1/; /2/).

4 Исследование свойств ОПП с помощью рекуррентных соотношений (п.3, /1/; /2/).

5 ОПП, геометрические прогрессии и цепные дроби (п.4, /1/).

6 Доказательство теоремы о семействе гипербол при ОПП (п.5, /1/).

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Фирстов В.Е. Рекуррентные последовательности при обобщенных пифагоровых построениях и их общая связь с коническими сечениями. Деп. ВИНИТИ, 10.05.00, N1351 – B00, - 29с.

2 Маркушевич А.И. Возвратные последовательности. – М.: Наука, 1975.

Тема 94. Рекуррентные последовательности при обобщениях задачи Наполеона

В задаче Наполеона на сторонах произвольного треугольника строятся правильные треугольники, после чего доказывается, что центры построенных треугольников также образуют правильный треугольник. Если подобные построения продолжить, то в результате получится сеть треугольников, обладающая рядом интересных свойств. Указанные построения называют обобщенными наполеоновыми построениями (ОНП) и, в частности, между сторонами соответствующих треугольников сети ОНП обнаруживаются рекуррентные соотношения. Цель курсовой работы – изучение свойств ОНП. Рекомендуется следующий план работы.

1 Точка Торричелли – Ферма треугольника.

2 Решение задачи Наполеона с помощью оператора поворота.

3 Определение ОНП /1/.

4 Описание ОНП с помощью оператора поворота и доказательство рекуррентных соотношений.

5 Изучение свойств ОНП с помощью рекуррентных соотношений /1/; /2/.

6 Асимптотическое поведение треугольников сети ОНП.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Фирстов В.Е. Рекуррентные последовательности при обобщенных наполеоновых построениях. Деп. ВИНИТИ, 18.01.01, N128 – В2001.

2 Маркушевич А.И. Возвратные последовательности. – М.: Наука, 1975.

Тема 95. Барицентрическое исчисление

Барицентрическое исчисление основано на использовании механической концепции центра масс (барицентра) и его свойств при доказательстве геометрических утверждений, а также при решении задач с рядом интересных приложений, например, в популярной генетике. Цель курсовой работы – освоить и изучить барицентрический метод в геометрии, также проиллюстрировать его на примерах решения задач и для интерпретации закона Харли – Вайнберга в популярной генетике. Работу рекомендуется выполнять по следующему плану:

1 Архимед – как основоположник барицентрического метода в геометрии (/1/, гл. VII, с. 287 – 314; /2/, гл. IV, с. 149 – 163).

2 Физическое и математическое определения центра масс (барицентра) и его свойства (/3/, гл. 1).

3 Решение геометрических задач барицентрическим методом (/3/, с. 17 – 23).

4 Доказательство теорем – Чевы и Менелая барицентрическим методом (/3/, с. 39 – 44).

5 Введение барицентрических координат по Мебиусу (/3/, с. 76 – 84; /4/).

6 Барицентрические координаты и интерпретация закона Харди - Вайнберга в популярной генетике (/3/, с. 152 – 159; /4/).

7 Решение некоторых задач популярной генетики с помощью барицентрических координат (/3/, с. 155 – 159; /4/).

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Ван дер Варден Б.Л. Пробуждающаяся наука. Математика Древнего Египта, Вавилона и Греции. – М.: Физматгиз, 1959.

2 Кольман Э. История математики в древности. – М.: Физматгиз, 1961.

3 Балк М.Б., Болтянский В.Г. Геометрия масс. – М.: Наука, 1987.

4 Яглом И. М. Генетика популяций и геометрия // Квант, 1986, № 4, с.5–11.

Тема 96. Линейные рекуррентные уравнения

Достаточно широкий класс числовых последовательностей описывается с помощью линейных рекуррентных (конечно - разностных) уравнений, когда значение очередного члена рассматриваемой последовательности определяется по значениям предшествующих ему членов. Цель курсовой работы – изучить основные методы построения общих решений таких уравнений, свойства пространства решений и рассмотреть некоторые наиболее важные приложения линейных рекуррентных уравнений. Рекомендуется следующий план работы.

1 Общее определение линейного рекуррентного уравнения. Примеры (арифметические и геометрические прогрессии, последовательность Фибоначчи, сумма степеней натуральных чисел и т.п.) (/1/, п. 1 – 4).

2 Линейные рекуррентные уравнения с постоянными коэффициентами и методы их решения (/1/, п. 5 – 10; /2/, гл. 5, § 4).

3 Пространство решений линейного рекуррентного уравнения (/1/, п. 5 – 9, гл. 5, § 2; 3).

4 Теория Пуанкаре (/2/, гл. 5, §5).

5 Линейные рекуррентные уравнения над полями Галуа и их приложения в системах связи и теории кодирования (/3/, гл. 13; /4/; /5/).

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Маркушевич А.И. Возвратные последовательности. – М.: Наука, 1975.

2 Гельфонд А.О. Исчисление конечных разностей. – М.: Наука, 1967.

3 Биркгоф Г., Барти Т. Современная прикладная алгебра. – М.: Мир, 1976.

4 Лидл Р., Пильц Г. Прикладная абстрактная алгебра. – Екатеринбург, 1996.

5 Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки. – М.: Мир, 1986.

Тема 97. Роль аксиомы выбора в теории множеств

Аксиомы выбора является одним из фундаментальных положений теории множеств, имеющим самые разнообразные приложения в теории множеств, алгебре, топологии, теории моделей и других разделах математики. Цель курсовой работы – проанализировать взаимосвязь аксиомы выбора с другими известными результатами алгебры, теории множеств и топологии. Рекомендуется следующий план работы.

1 Рассмотреть аксиому выбора и на важных примерах обосновать необходимость ее применения в математике (/1/, с. 35-44; /2/, с. 53-55).

2 Разобрать важные приложения аксиомы выбора в алгебре, теории множеств и топологии (/1/, с. 44-49; /2/, с. 54-59).

3 Доказать эквивалентность аксиомы выбора таким известным принципам теории множеств, как постулат Цермело, лемма Цорна и другие (/1/, с. 36-37, 45-46; /2/, с. 55-59).

4 Рассмотреть вопросы о непротиворечивости и независимости аксиомы выбора (/1/, с. 49-63).

Восстановить доказательства всех утверждений из указанных выше литературных источников.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Йех Т.Дж. Об аксиоме выбора: Справочная книга по математической логике, ч.2. Теория множеств. – М.: Наука, 1982. – с. 35-63.

2 Келли Дж.Л. Общая топология. – М.: Наука, 1981.

Тема 98. Алгоритмы поиска

В курсовой работе предлагается рассмотреть основные алгоритмы на графах, которые находят применение при сжатии информации, распознавании образов и синтезе баз данных. Рекомендуется следующий план изложения материала:

1 Необходимые понятия теории графов (/2/, с. 9-43, /1/, с. 57-64).

2 Бинарный поиск (/1/, с. 64-65).

3 Быстрая сортировка (/1/, с. 65-69).

4 Алгоритм Дикстры (/1/, с. 69-72).

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1 Гоппа В.Д. Введение в алгебраическую теорию информации. – М.: Наука. Физматлит, 1995.

2 Уилсон Р. Введение в теорию графов. – М.: Мир, 1977.

Приложение А

(справочное)

Общие требования, предъявляемые к курсовым работам

Курсовая работа является самостоятельным научным исследованием. Ее пояснительная записка должна содержать следующие структурные элементы:

- титульный лист;
- задание;
- аннотацию;
- содержание;
- введение;
- основную часть;
- список использованных источников;
- приложения (при необходимости).

Задание должно включать исходные данные задачи, объем и срок выполнения курсовой работы с подписями руководителя и исполнителя.

Во введении рекомендуется оценить современное состояние решаемой научной проблемы, изложить основные положения и исходные данные для разрабатываемой темы, обосновать ее актуальность и необходимость проведения соответствующих исследований. При необходимости следует дать исторический обзор известных результатов по выбранной теме с указанием списка литературы.

Приложение Б
(обязательное)
Образец оформления титульного листа

Министерство образования Российской Федерации

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
ОРЕНБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Физико-математический факультет

Кафедра прикладной математики

КУРСОВАЯ РАБОТА

по дисциплине «Дискретная математика»

Потоки в сетях

<классификационный код>

Руководитель работы

_________________Отрыванкина Т. М.

«____» ______________________ 2004г.

Исполнитель

Студент гр. 03-ПриМ-2

________________Корнейченко Д. В.

«____» ______________________ 2004г.

Оренбург 2004

Приложение В

(обязательное)

Образец оформления списка использованных источников

Перечисление источников осуществляется в порядке их появления в тексте курсовой работы.

Список использованных источников

1 Биркгоф Г., Барти Т. Современная прикладная алгебра. – М.: Мир, 1976. – 212 с.

2 Лидл Р., Нидеррайтер Г. Конечные поля: В 2-х т. – М.: Мир, 1988. – 800 с.

3 Лидл Р., Пильц Г. Прикладная абстрактная алгебра. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та,1996. – 744 с.

4 Филоненков А.И., Самсонов Б.Б. Применение быстрого преобразования Фурье для обработки результатов эксперимента // Вестник РГУПС. – 2002. – №1. – С. 15-23.

Приложение Г

(справочное)

Примерное разбиение тем сборника по курсам

В список тем курсовых работ для IV курса вошли, главным образом, темы повышенной сложности, работа над которыми требует предварительной подготовки. Эти темы могут быть выбраны студентами младших курсов и разрабатываться в течение ряда лет.

I курс	Темы №№ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 34, 66, 92, 93,94
II курс	Темы №№ 7, 20, 21, 24, 29, 30, 31, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 57, 66, 81, 82, 83, 84, 86, 87, 88, 89, 92, 95, 96, 97
III курс	Темы №№ 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 19, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 37, 39, 45, 46, 48, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 63, 65, 75, 76, 77, 78, 84, 86 ,87, 91, 97, 98
IV курс	Темы №№ 12, 13, 14, 16, 18, 27, 28, 32, 33, 35, 36, 37, 38, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 55, 58, 61, 62, 64 ,67, 68, 69 ,70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 79, 80, 84, 85, 90, 98