

Цена 8 р. 50 к.

ИЛК
P24

МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ

Кафедра «Прочность материалов и конструкций»

РАСЧЕТ ВАНТОВЫХ МОСТОВ

Методические указания
по строительной механике

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
1999

Рассматриваются определение усилий и построение моделей линии влияния в элементах вантовых мостов от вертикальной подвижной нагрузки, приводятся подробные примеры расчета.

Предназначены для студентов специальности "Мосты и транспортные тоннели" дневной и вечерней форм обучения.

Разработал канд. техн. наук, доцент А.В. Бенин.

Под редакцией канд. техн. наук, доцента В.Н. Васильева.

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Вантовый мост представляет собой комбинированную систему, состоящую из одно- или многопролетной балки или фермы, поддерживаемой канатами. В вантовых системах применяются прямолинейные тросовые канаты — *ванты*, которые могут иметь радиальное, веерное и (или) параллельное расположение в одной или двух плоскостях.

Вантовые мосты бывают с одним или двумя *пилонами* (вертикальными или наклонными) в виде А-образных, П-образных или другого типа рам или отдельных стоек.

Доступностями вантовых систем являются:

- 1) рациональное использование высокопрочных сталей в растянутых элементах;
 - 2) возможность перекрытия больших пролетов (до 1 км);
 - 3) экономичность (сравнительно низкая стоимость 1 пог.м конструкции);
 - 4) возможность навесной сборки (без устройства подмостей или временных опор);
 - 5) высокие архитектурные качества.
- Основной недостаток*: пониженная (по сравнению с другими системами) вертикальная и горизонтальная жесткость.

2. СОСТАВ ЗАДАНИЯ

Для предложенной расчетной схемы вантового моста необходимо:

- 1) установить степень статической неопределенности;
- 2) выбрать основную систему;
- 3) построить эпюры M и N от лишних неизвестных;
- 4) построить эпюры M и N от вертикальной силы $\bar{P}=1$ в указанных позициях (позиции показаны на схемах треугольниках);
- 5) показать модели линий влияния усилий в отмеченных штрихами сечениях.

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТЕПЕНИ СТАТИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Удобно и просто определить степень статической неопределенности вантовой системы ($C_{ст}$), представив себе последовательность ее сборки постепенным включением в работу вант с параллельным подвешиванием появляющихся лишних неизвестных.

Определим степень статической неопределенности вантового моста, представленного на рис.1,г. В состав моста входит двухпролетная неразрезная балка (балка жесткости, рис.1,а), имеющая степень статической неопределенности $C_{ст} = 1$. Установка пилона C' и ванты BC' (рис.1,б) не изменит степени статической неопределенности, а закрепление ванты $C'D$ (рис.1,в) увеличит ее на 1. Аналогично подвеска ванты AC'' не изменит степени статической неопределенности, в то время как последующее закрепление ванты $C''E$ увеличивает $C_{ст}$ еще на 1. Таким образом, степень статической неопределенности всей вантовой системы (рис.1,г) равна 3.

Вантовая система, представленная на рис.1,д, имеет степень статической неопределенности $C_{ст} = 5$, которая складывается из степени статической неопределенности двухпролетной неразрезной балки жесткости (AF) $C_{ст}^{б.ж} = 1$ и четырех вант, соединенных с балкой AF при помощи пилона CC'' . Следует отметить, что в данном варианте пилон имеет не шарнирное, а жесткое опирание (узел C - заделка) и, следовательно, каждая ванта, прикрепленная к пилону, увеличивает степень статической неопределенности на 1.

4. ВЫБОР ОСНОВНОЙ СИСТЕМЫ ПО МЕТОДУ СИЛ

Наиболее рациональной основной системой по методу сил является система, полученная из заданной путем врезания промежуточных шарниров в балку жесткости и при необходимости дополнительного разрезания отдельных вант. В качестве неизвестных (X_1, X_2 и т.д.) при таком выборе основной системы выступают изгибающие моменты в балке жесткости и, если разрезаны ванты, то и усилия в них.

Так, для вантового моста (рис.2), имеющего $C_{ст}=3$, наиболее рациональная основная система представлена на рис.3. Следует помнить, что основная система должна быть не только статически определенной, но и геометрически неизменяемой. Поэтому, например, для указанной схемы моста (см. рис.2) нельзя выбрать основную систему, у которой одновременно были бы врезаны шарниры в балку жесткости в сечениях B, D и E , так как в этом случае система превратилась бы в механизм.

5. ПОСТРОЕНИЕ ЭПОР M И N ОТ ЛИШНИХ НЕИЗВЕСТНЫХ

Построение единичных состояний начинается с последовательного рассмотрения эпюр моментов от каждой лишней неизвестной,

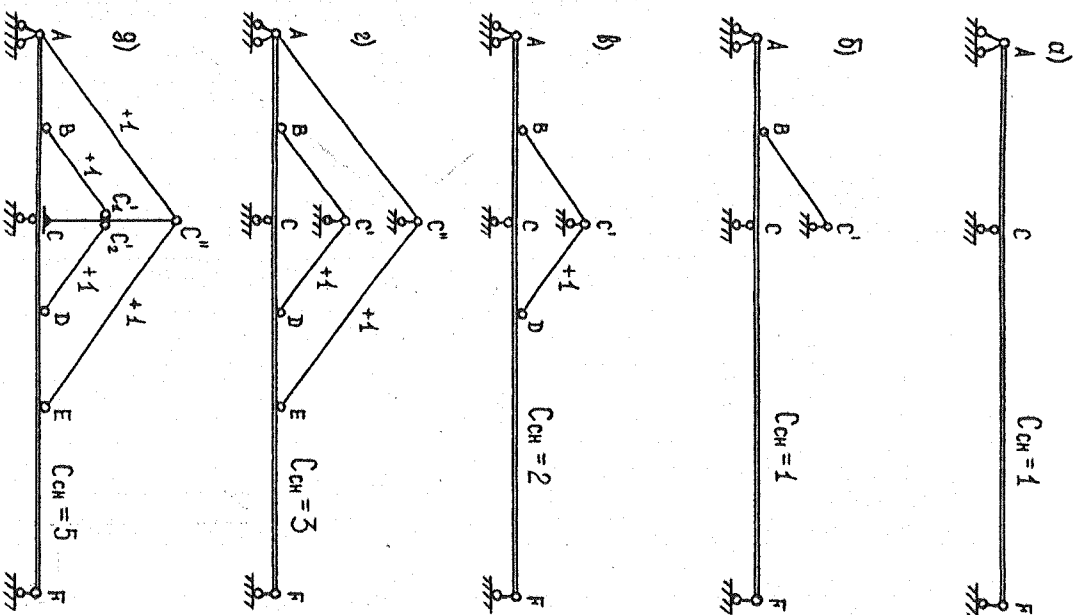


Рис. 1. Определение степени статической неопределенности

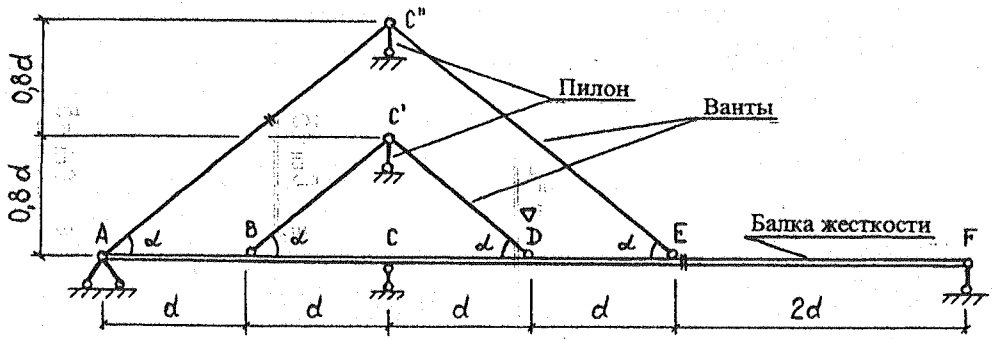


Рис.2. Расчетная схема вантового моста

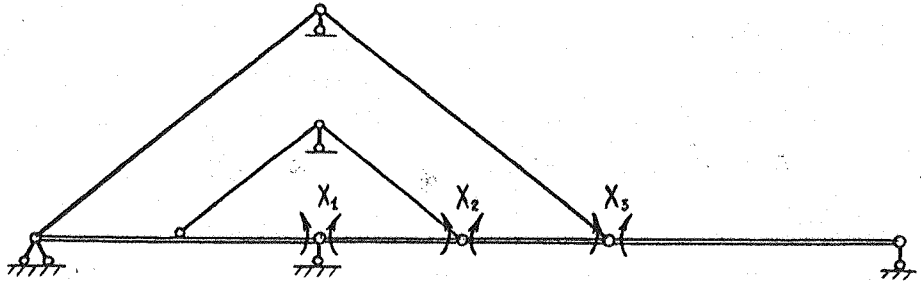


Рис.3. Основная система

представляющей собой изгибающий момент. При этом в вантах возникает только продольные силы N , а в балке жесткости – поперечные Q , продольные силы N и изгибающие моменты M .

5.1. Первое единичное состояние

Рассмотрим более подробно первое единичное состояние, возникающее в основной системе при приложении в шарнире C единичного момента $\bar{X}_1=1$. Строим эпюру моментов в балке жесткости (рис.4). Для определения продольных и поперечных сил расчленим систему на составляющие элементы (балочки BC и CD) и узлы (B , C и D), каждый из которых (элемент или узел) должен находиться в равновесии. Последовательность рассмотрения следующая.

1. Балка CD . Длина балки d . На левом конце балки действует момент, равный 1 (растягивающий нижние волокна балки), который должен быть уравновешен парой поперечных сил Q_1 . Значение силы Q_1 определим из уравнения равновесия моментов относительно точки C (или точки D):

$$\sum M_c = 0; \Rightarrow Q_1 \cdot d - 1 = 0; \Rightarrow Q_1 = 1/d.$$

В балке CD действует также продольная сила, которую можно определить, рассмотрев равновесие узла D .

2. Узел D . В узле D действуют сила $Q_1 = 1/d$ (при этом, сила Q_1 в узле D имеет обратное направление по отношению к сечению D балки CD), продольная сила N_1 , действующая в ванте DC' , и продольная сила N_2 , действующая в балке CD . Составим уравнения равновесия:

$$\sum Y = 0; \Rightarrow N_1 \cdot \sin \alpha - 1/d = 0; \Rightarrow N_1 = \frac{1}{d \cdot \sin \alpha};$$

$$\sum X = 0; \Rightarrow N_1 \cdot \cos \alpha - N_2 = 0; \Rightarrow N_2 = N_1 \cdot \cos \alpha = \frac{1}{d \cdot \operatorname{tg} \alpha}.$$

(Здесь и в дальнейшем осью X будем считать горизонтальную ось, осью Y – вертикальную.)

Таким образом, продольная сила N_1 растягивает ванту DC' , а продольная сила N_2 сжимает балку CD . Следует отметить, что в данном случае можно было бы проще определить силы N_1 и N_2 , построив силовой треугольник (см. рис.4, над узлом D).

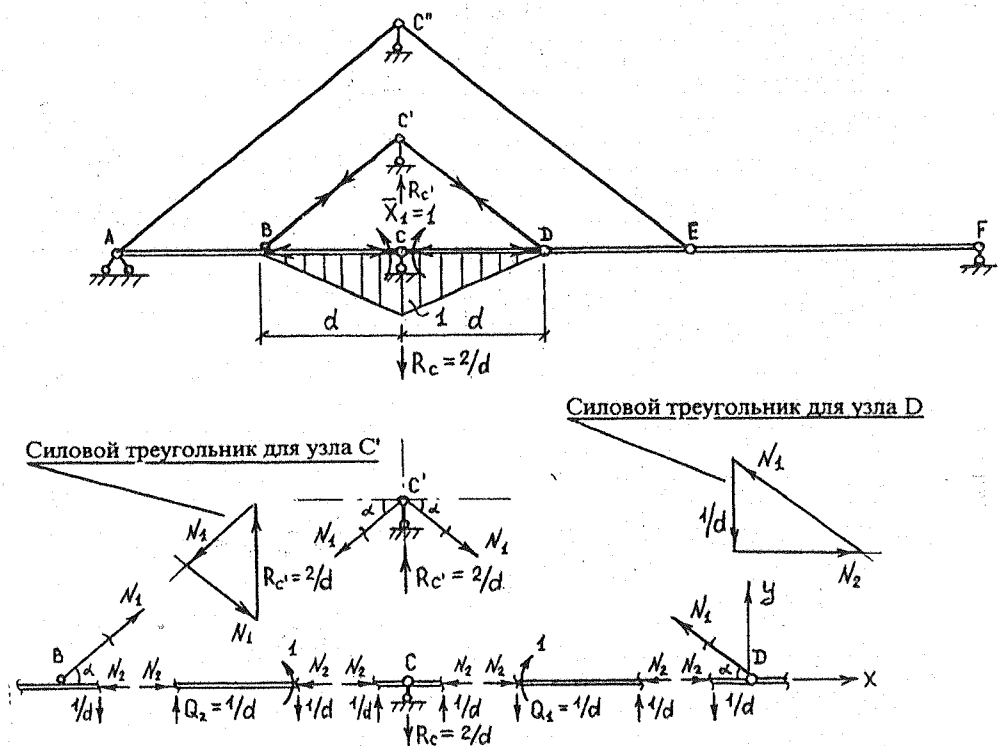


Рис.4. Первое единичное состояние

3. Балка BC и узел V . Усилия, действующие в балке BC и узле V , определяются аналогично. Естественно, что в силу симметрии системы они должны быть равны аналогичным усилиям, найденным ранее.

4. Узел C . Рассмотрим равновесие узла C .

$$\sum X = 0; \Rightarrow N_2 - N_2 = 0;$$

$$\sum Y = 0; \Rightarrow R_c - 1/d - 1/d = 0; \Rightarrow R_c = 2/d.$$

5. Узел C' . Рассмотрим равновесие узла C' .

$$\sum X = 0; \Rightarrow N_1 \cdot \cos \alpha - N_1 \cdot \cos \alpha = 0.$$

Следует помнить, что усилия в верхней ванте будут одинаковы в левой и правой (от пилона) частях только при равных наклонах и горизонтально подвижной опоре на вершине пилонна:

$$\sum Y = 0; \Rightarrow R_c - N_1 \cdot \sin \alpha - N_1 \cdot \sin \alpha = 0; \Rightarrow R_c = 2N_1 \cdot \sin \alpha = 2/d.$$

На рис.4 приведен также силовой треугольник, построенный для узла C' .

Окончательной проверкой правильности построения эпюр M и N является проверка общего равновесия всей вантовой системы:

$$\sum X = 0; \quad \sum M_A = 0;$$

$$\sum Y = 0; \Rightarrow R_c - R_c = 2/d - 2/d = 0.$$

Чтобы не затенять рисунок, эпюру N можно не строить, а только показать направление действия продольных сил на элемент (растяжение или сжатие).

5.2. Второе единичное состояние

Второе единичное состояние вызвано приложением пары моментов $\bar{X}_2 = 1$ в узле D (рис.5). Строим эпюру изгибающих моментов на участке CDE . Рассчитываем систему и рассматриваем равновесие каждого отдельного участка.

1. Балка DE . Длина балки DE равна d .

$$\sum M_D = 0; \Rightarrow Q_1 \cdot d - 1 = 0; \Rightarrow Q_1 = 1/d.$$

2. Узел E . Аналогично узлу D из предыдущего случая.)

$$\sum Y = 0; \Rightarrow N_1 \cdot \sin \alpha - 1/d = 0; \Rightarrow N_1 = \frac{1}{d \cdot \sin \alpha};$$

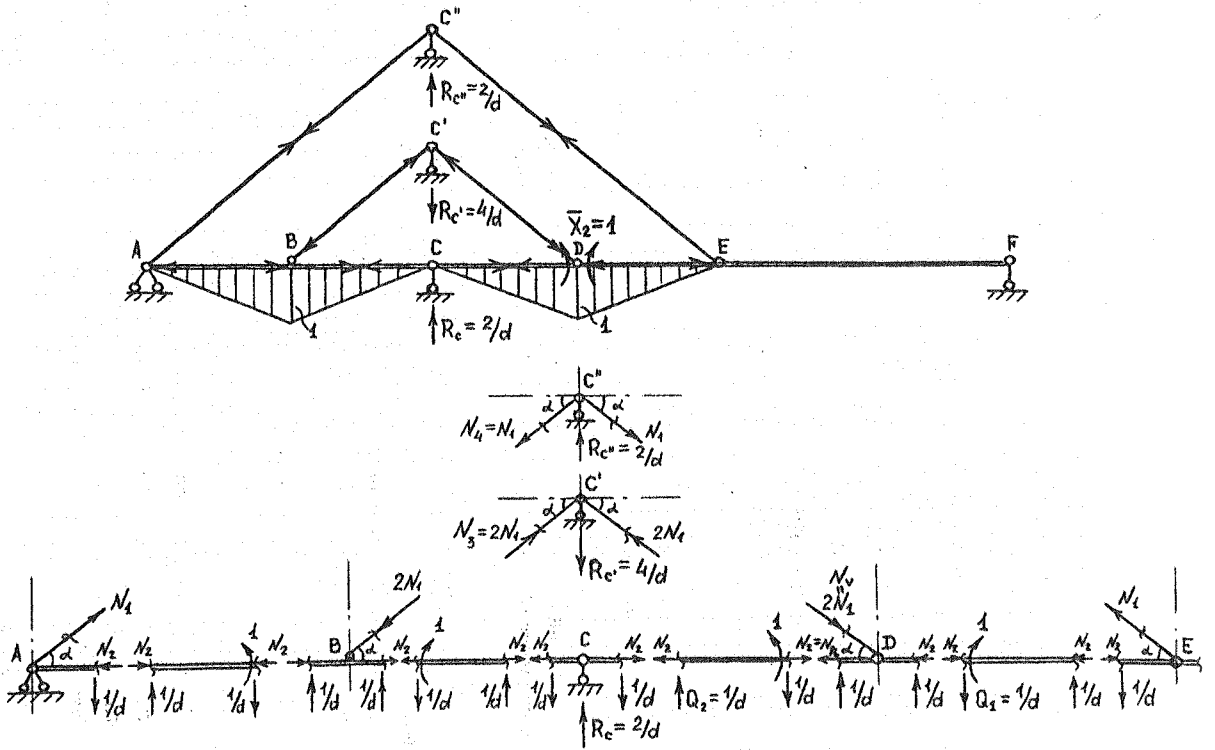


Рис.5. Второе единичное состояние

$$\sum X = 0; \Rightarrow N_1 \cdot \cos \alpha - N_2 = 0; \Rightarrow N_2 = N_1 \cdot \cos \alpha = \frac{1}{d} \cdot \frac{1}{d} \cdot d \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

3. Балка CD. Длина балки CD равна d.

$$\sum M_D = 0; \Rightarrow Q_2 \cdot d - 1 = 0; \Rightarrow Q_2 = 1/d.$$

4. Узел D. В узле D прикладываем найденные ранее силы Q_1 , Q_2 и N_2 и составляем уравнения равновесия:

$$\sum Y = 0; \Rightarrow N_V \cdot \sin \alpha - 1/d - 1/d = 0; \Rightarrow N_V = \frac{2}{d \cdot \sin \alpha} = 2N_1;$$

$$\sum X = 0; \Rightarrow N_2 - 2N_1 \cdot \cos \alpha + N_H = 0; \Rightarrow N_H = 2N_1 \cdot \cos \alpha - N_2 = \frac{2}{d \cdot \operatorname{tg} \alpha} - \frac{1}{d} = \frac{1}{d \cdot \operatorname{tg} \alpha} = N_2.$$

5. Узел C'. Из равновесия узла C' находим:

$$\sum X = 0; \Rightarrow N_3 \cdot \cos \alpha - 2N_1 \cdot \cos \alpha = 0; \Rightarrow N_3 = 2N_1;$$

$$\sum Y = 0; \Rightarrow 4N_1 \cdot \sin \alpha - R_C = 0; \Rightarrow R_C = \frac{4}{d}.$$

6. Узел C''. Из равновесия этого узла получим:

$$\sum X = 0; \Rightarrow N_4 \cdot \cos \alpha - N_1 \cdot \cos \alpha = 0; \Rightarrow N_4 = N_1;$$

$$\sum Y = 0; \Rightarrow 2N_1 \cdot \sin \alpha - R_{C''} = 0; \Rightarrow R_{C''} = \frac{2}{d}.$$

7. Узел A. Равновесие узла A аналогично равновесию узла E. Причиной возникновения изгиба в балке ABC является воздействие на нее сжатой ванты BC' (в узле B нет врезного шарнира и, следовательно, вертикальная составляющая силы N_3 будет передаваться как сосредоточенная сила на балку ABC).

8. Узел B. Аналогичен узлу D.

9. Балки AB и BC. Аналогичны соответственно балкам CD и DE.

10. Узел C. Пропольные силы в балке жесткости в узле C уравновешивают друг друга. Из равновесия сил на вертикальную ось получим:

$$\sum Y = 0; \Rightarrow R_C - 1/d - 1/d = 0; \Rightarrow R_C = \frac{2}{d}.$$

Проверка общего равновесия вантовой системы:

$$\sum X = 0; \quad \sum M_A = 0;$$

$\sum Y = 0; \Rightarrow R_C - R_{C'} + R_{C''} = 2/d - 4/d + 2/d = 0$.
 В опоре A и в опоре E реакций нет.

5.3. Третье единичное состояние

Третье единичное состояние вызвано действием пары моментов $\bar{X}_3 = 1$ в узле D (рис.6). Строим эпюру изгибающих моментов на участке DEF . Дальнейшая последовательность решения следующая.

1. Из условий равновесия балки EF определяются действующие в ней поперечные силы $Q_1 = 1/2d$.
2. Рассматривается равновесие узла F и определяется опорная реакция $R_F = 1/2d$.
3. Определяются поперечные силы в балке DE ($Q_2 = 1/d$).
4. Из равновесия узла E определяются усилия в ванте $C''E$ (продольная сила $N_1 = \frac{1}{3}$) и продольная сила в балке жесткости (продольная сила $N_2 = \frac{1}{3}$). При определении направления действия N_2 следует иметь в виду, что в опоре F нет горизонтальной связи и, следовательно, не может возникнуть горизонтальной опорной реакции, а на участке EF — продольной силы. Таким образом, сила N_2 полностью переходит из узла E на участок DE .
5. Из равновесия узла D определяются силы $N_3 = \frac{1}{d \cdot \sin \alpha}$ и $N_4 = \frac{1}{2d \cdot \sin \alpha}$.
6. Определяется опорная реакция, действующая в опоре C' (из равновесия узла C), $R_{C'} = 2/d$ и усилие в ванте CB .
7. Опорная реакция $R_{C''} = 3/d$ и усилие в ванте $C''A$ — из равновесия узла C'' .
8. Усилие в ванте BC' вызывает изгиб балки жесткости на участке ABC . Строим эпюру изгибающих моментов.
9. Определяются поперечные силы в балках AB и BC ($Q_3 = 1/2d$).

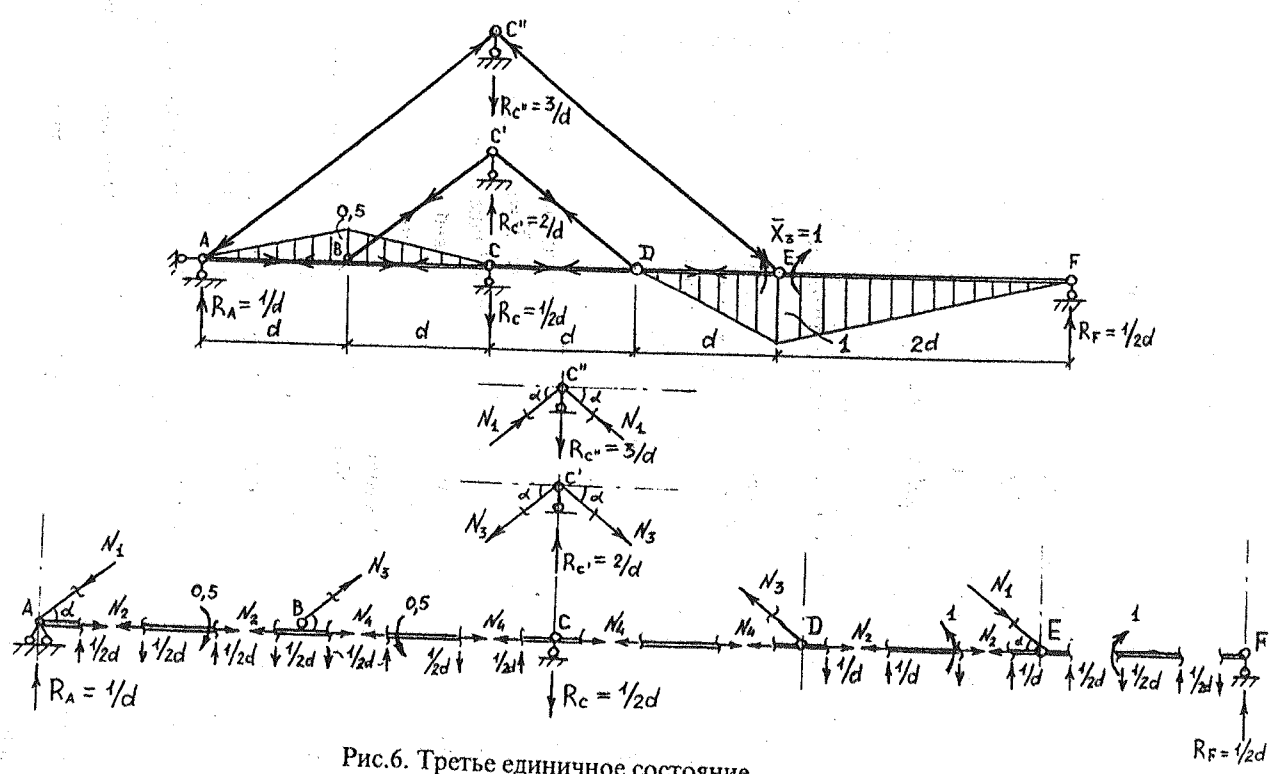


Рис.6. Третье единичное состояние

10. Из равновесия узла A определяем опорную реакцию $R_A = 1/d$.

Проверка общего равновесия всей системы:

$$\sum X = 0;$$

$$\sum Y = 0; \Rightarrow R_A + R_C + R_F - R_C - R_C =$$

$$= 1/d + 2/d + 1/2d - 1/2d - 3/d = 0;$$

$$\sum M_A = 0; \Rightarrow (R_C + R_C - R_C)2d - R_F 6d =$$

$$= (1/2d + 3/d - 2/d)2d - (1/2d)6d = 3 - 3 = 0.$$

6. ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР M И N ОТ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ЕДИНИЧНОЙ СИЛЫ

В качестве загрузки системы необходимо рассмотреть состояние, возникающее вследствие приложения единичной вертикальной силы в различных позициях (позиция приложения силы указана в заданных треугольниках, см. рис. 1). Последовательность построения эпюр M и N аналогична рассмотренным выше единичным состояниям.

Пример грузового состояния приведен на рис. 7 (сила $\bar{P}=1$ приложена в узле D). Последовательность построения эпюр следующая.

1. Рассмотрим равновесие узла D . Сила $\bar{P}=1$ приложена в шарнире D , следовательно, не вызывает изгиба в балке CDE , а только растягивает ванту CD и сжимает балку CD проезжей части. Отметим также, что продольная сила на участке DEF возникнуть не может, так как в опоре F нет горизонтального закрепления. А на участке CD действует только продольная сила N_2 (поперечных сил здесь нет, так как нет изгиба). Таким образом:

$$\sum Y = 0; \Rightarrow N_1 \cdot \sin \alpha - 1 = 0 \Rightarrow N_1 = \frac{1}{\sin \alpha};$$

$$\sum X = 0; \Rightarrow N_1 \cdot \cos \alpha - N_2 = 0 \Rightarrow N_2 = N_1 \cdot \cos \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

2. Узел C' . Так как ванты BC' и CD наклонены под одним углом к горизонтали (оси X), то усилия в них одинаковы и равны $N_1 = \frac{1}{\sin \alpha}$.
Определим опорную реакцию R_C :

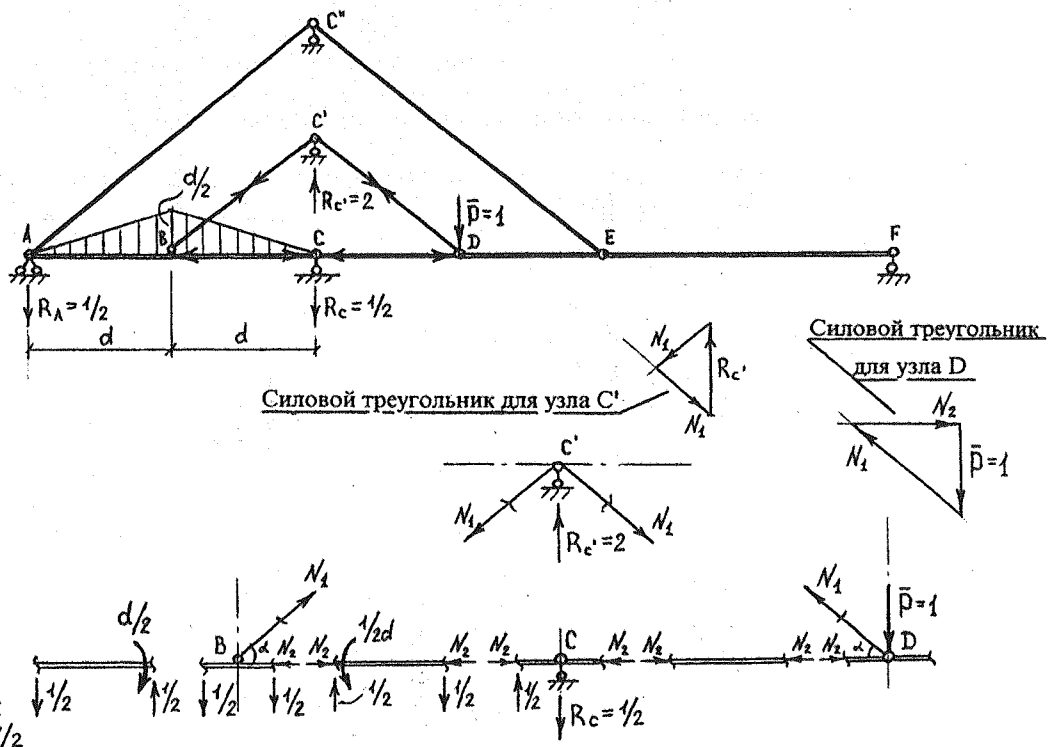


Рис. 7. Грузовое состояние

$$\sum Y = 0; \Rightarrow 2N_1 \cdot \sin \alpha - R_{C'} = 0 \Rightarrow R_{C'} = 2N_1 \sin \alpha = 2.$$

На рис. 7 приведены также варианты определения усилий в узлах D и C' при помощи силовых треугольников.

3. Усилие в ванте BC' изгибает балку ABC (здесь ситуация аналогична рассмотренному выше третьему единичному состоянию). Строим эпюру изгибающих моментов на данном участке балки от вертикальной составляющей усилия N_1 .

4. Балка BC . В крайнем левом сечении балки BC (длиной d) действует изгибающий момент, равный $d/2$, который уравновешивается парой поперечных сил $Q = 1/2$; наряду с поперечными силами Q действует продольная сжимающая сила N_2 (перешедшая в балку BC из узла D).

5. Балка AB . Определим поперечные силы в балке AB :

$$\sum M_A = 0; \Rightarrow Q \cdot d - d/2 = 0 \Rightarrow Q = 1/2.$$

6. Узел B . Все силы, действующие в узле B , уже определены, осталось только проверить их равновесие:

$$\sum X = 0; \Rightarrow N_1 \cdot \cos \alpha - N_2 = \frac{1}{\sin \alpha} \cos \alpha - \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{1}{\tan \alpha} - \frac{1}{\tan \alpha} = 0;$$

$$\sum Y = 0; \Rightarrow N_1 \cdot \sin \alpha - 1/2 - 1/2 = 1 - 1/2 - 1/2 = 0.$$

7. Узел A . Из уравнения равновесия проекций всех сил на вертикальную ось определим опорную реакцию $R_A = 1/2$.

Общее равновесие всей системы в данном случае очевидно.

7. ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ЛИНЕЙ ВЛИЯНИЯ

Для получения кинематической модели линии влияния необходимо выполнить следующие действия:

- 1) в исходной системе снять связь, отвечающую исследуемому усилию (для продольной силы в ванте — сделать разрез ванты, для момента в балке — ввести шарнир);
- 2) показать положительно направленное усилие в месте снятия связи;
- 3) полученной системе задать перемещение в месте снятой связи, равное единице, против направления положительно направленного усилия.

Полученный (связанный) при этом план перемещений ездового пояса и будет представлять собой модель линии влияния.

16

В вантовой системе, как многократно статически неопределимой, представление в воображении формы изгиба следует строить в несколько этапов. На первом — предположить, что ванты не деформируемые и работают как жесткие опоры. В этом случае изгиб балки жесткости будет аналогичен изгибу обычной соответствующей неразрезной балки. Далее следует предсказать, что будут испытывать при этом ванты — растяжение или сжатие. И в зависимости от этого в качестве следующего приближения поправить смещения сечений в местах прикрепления вант. В конечном итоге найденная форма изгиба балки и есть модель линии влияния. Примеры построения моделей линий влияния для рассмотренной системы приведены на рис. 8.

Далее в методических указаниях приведен пример расчета вантового моста, имеющего анкерные закрепления. Схема моста приведена на рис. 9, а основная система ($C_{сн} = 4$) — на рис. 10. На рис. 11, 12 и 13 показаны соответственно первое и второе единичные состояния (третье и четвертое единичные состояния в силу симметрии системы не приводятся) и три варианта грузовых состояний. Студентам предлагается самостоятельно рассмотреть состояние системы, указанная на рис. 11—13 индексами определяемых усилий, таким образом сначала строится эпюра моментов и определяются поперечные силы (Q_1, Q_2), действующие на элементы балки жесткости, а затем последовательно определяются продольные силы N_1, N_2, N_3 и т.д. из условий равновесия отдельно вырезанных узлов. На рис. 14 приведены модели линий влияния.

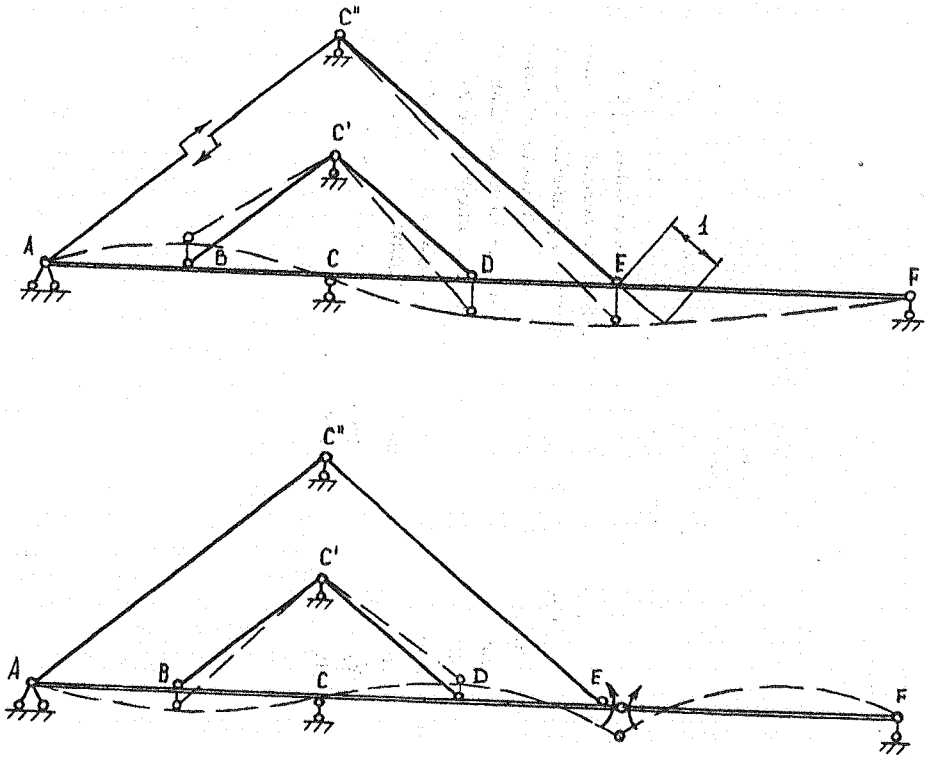


Рис.8. Модели линий влияния

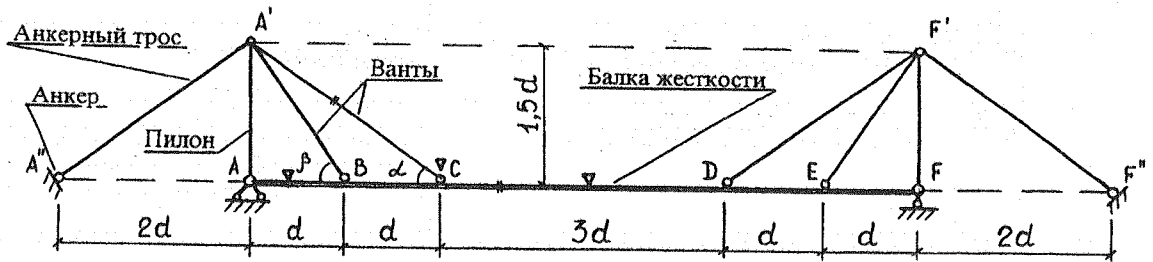


Рис.9. Расчетная схема вантового моста

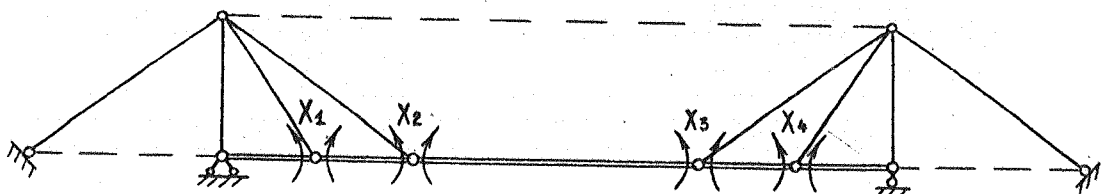


Рис.10. Основная система

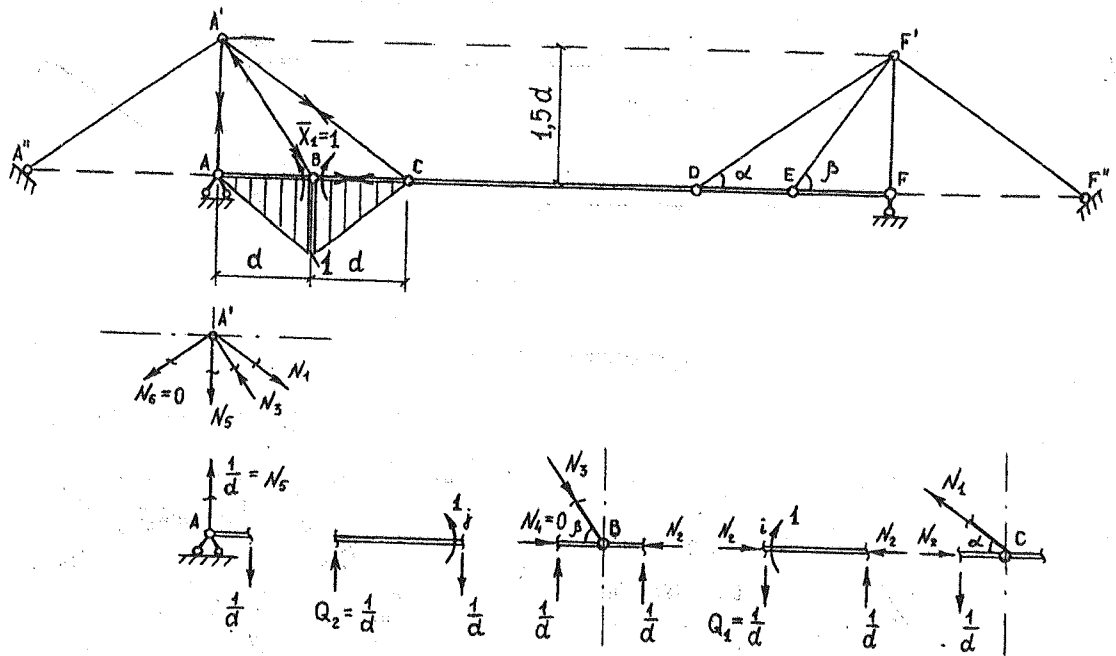


Рис. 11. Первое единичное состояние

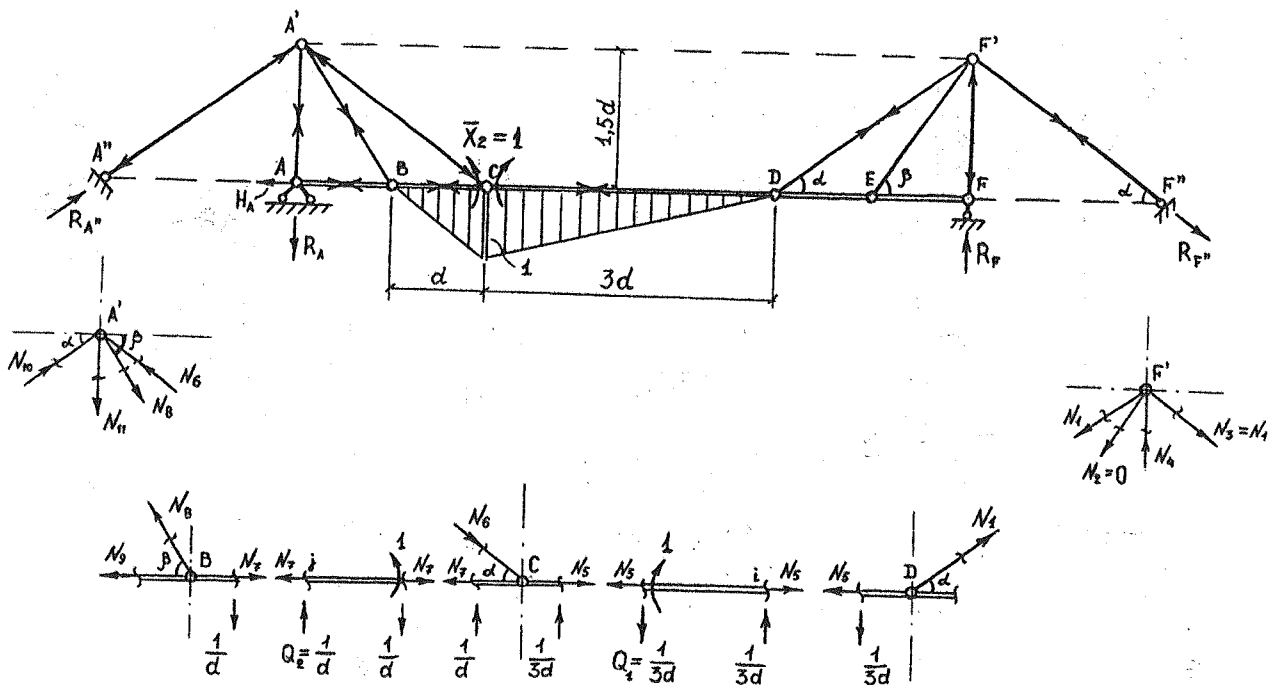


Рис. 12. Второе единичное состояние

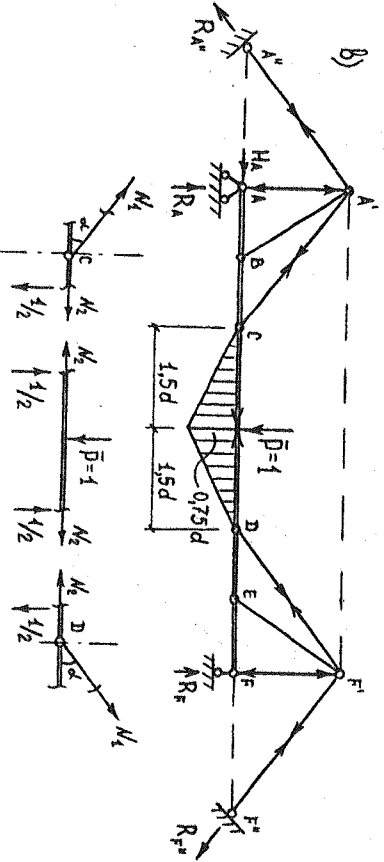
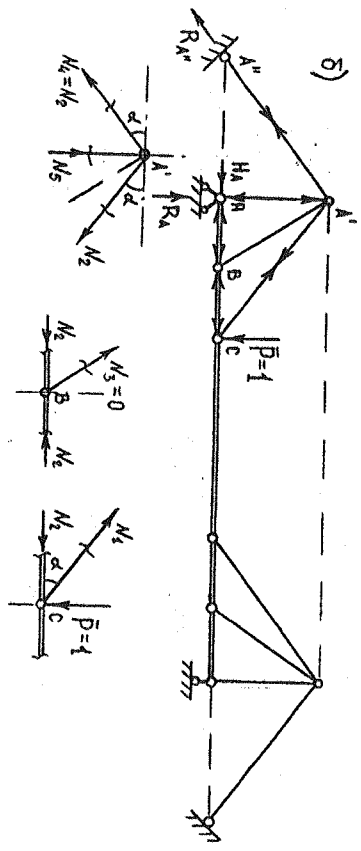
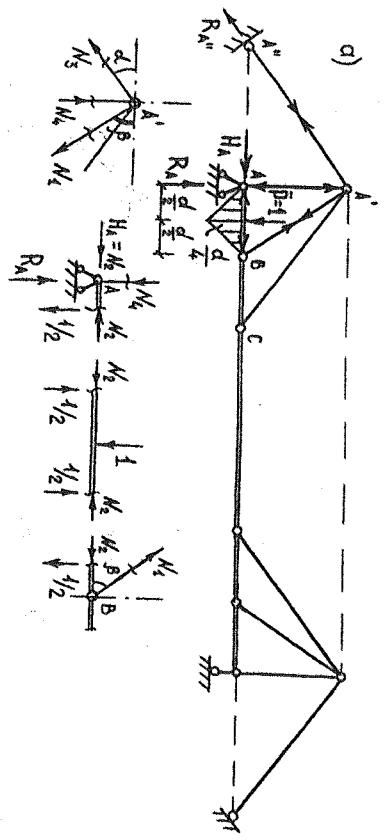


Рис. 13. Грузовые состояния

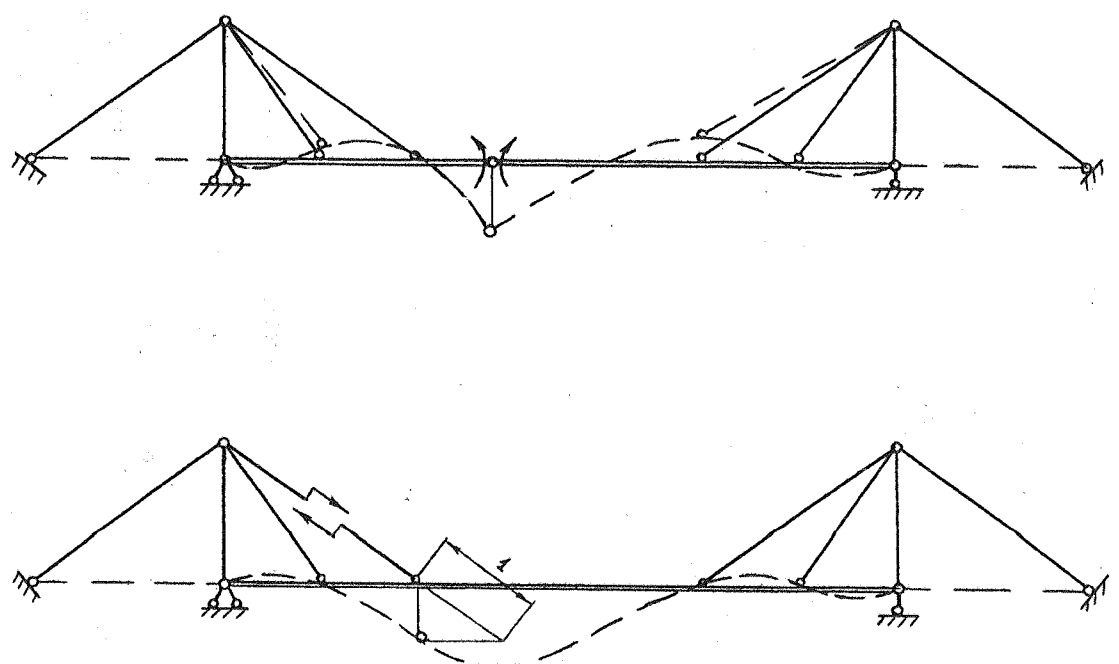


Рис. 14. Модели линий влияния

СОДЕРЖАНИЕ

1. Общие положения	3
2. Состав задания	3
3. Определение степени статической неопределимости	3
4. Выбор основной системы по методу сил	4
5. Построение эпюр M и N от лишних неизвестных	4
5.1. Первое единичное состояние	7
5.2. Второе единичное состояние	9
5.3. Третье единичное состояние	12
6. Построение эпюр M и N от вертикальной единичной силы	14
7. Построение моделей линий влияния	16

Редактор *Н. В. Фролова*

План 1998 г., №109

Подписано в печать с оригинал-макета 26.02.99.
Формат 60 × 84 1/16. Бумага для множ. ашп. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 1,5. Уч.-изд. л. 1,5. Тираж 200.
Заказ 152. Цена 8 р. 50 к.
Петербургский государственный университет путей сообщения.
190031, СПб., Московский пр., 9.
Типография ПУПС. 190031, СПб., Московский пр., 9.