Зебрев Геннадий Иванович

СБОРНИК ЗАДАЧ
ПО КУРСУ
«ОСНОВЫ МИКРОЭЛЕКТРОНИКИ»

Редактор Н.В. Шумакова

Московский инженерно-физический институт
(государственный университет). Типография МИФИ.
115409, Москва, Каширское шоссе, 31.

Изд. №025-1

ПРЕДИСЛОВИЕ

Курс «Основы микроэлектроники» читается студентам третьего курса факультета автоматики и является для них одним из базовых предметов. Программа курса содержит довольно много весьма разнообразного материала, включая основы физики полупроводников и полупроводниковых приборов, схемотехники и технологии изготовления интегральных схем. Ядром курса является изложение азов физики приборов, понимание которых является одним из непременных профессиональных качеств специалиста в области микроэлектроники.

Цель данного учебного пособия – помочь студентам в самостоятельном изучении основ физики микроэлектронных приборов, а для преподавателей – дать материал для семинарских занятий и возможность перенести часть семинарских занятий студентов "на дом".

Все задачи сопровождаются подробными решениями и численными примерами. Большинство предложенного материала не является задачами в традиционном смысле слова, а представляют собой упражнения для практических расчетов и выводов, направленные на усвоение базовых понятий физики приборов и их взаимосвязи, а также элементарных методов расчетов их основных характеристик.

В книге используется по возможности стандартная международная система обозначений, что позволит облегчить знакомство студентов с современной литературой по моделированию элементов микроэлектроники, а также с более или менее стандартной системой обозначений в современных системах автоматического проектирования, основанных на текстовых форматах типа SPICE. Задачи подобраны по следующим темам:

1. основы физики полупроводников;
2. физика *p-n* переходов;
3. МОП-транзисторы;
4. биполярные транзисторы.

Изложение носит, насколько это возможно, автономный характер с системой внутренних ссылок. Все численные константы приведены в условиях и в решениях задач, справочный материал приведен в конце книги (с. 43). Пособие такого объема с неизбежностью носит вспомогательный характер и рекомендуется к использованию параллельно с обучением по лекциям, базовому учебнику [1], либо по учебникам и монографиям [2-9].

Задачи и решения

1. ОСНОВЫ ФИЗИКИ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Задача 1

Найти концентрации свободных электронов n и дырок p в полупроводнике, легированном одновременно донорами N_D и акцепторами N_A. Считать, что все примеси ионизованы. Исследовать случаи:

а) $N_D = N_A >> n_i^2$;

б) $N_D >> N_A$ (полупроводник n-типа);

в) $N_A >> N_D$ (полупроводник p-типа);

г) рассчитать концентрации электронов и дырок, если $N_D = 10^{16}$см$^{-3}$; $N_A = 10^{15}$ см$^{-3}$.

Решение

В равновесном состоянии в полупроводнике всегда справедлив закон действующих масс:

$$n\,p = n_i^2. \tag{1.1}$$

Условие локальной электронейтральности имеет вид

$$N_D + p = N_A + n. \tag{1.2}$$

Из этих уравнений находим:

$$p = (1/2)(N_A - N_D) + \sqrt{(1/4)(N_A - N_D)^2 + n_i^2}\ ; \tag{1.3}$$

$$n = -(1/2)(N_A - N_D) + \sqrt{(1/4)(N_A - N_D)^2 + n_i^2}\ . \tag{1.4}$$

Для случая $N_D - N_A >> n_i$ имеем:

$$n \cong N_D - N_A = 0.9\times10^{16}\text{ см}^{-3} \cong N_D;$$

$$p \cong n_i^2/N_D \cong (10^{10})^2/10^{16} = 10^4\text{ см}^{-3}.$$

Несмотря на то, что концентрация доноров превосходит концентрацию акцепторов всего лишь на порядок, плотности электронов и дырок различаются на 12 порядков!

Если плотности доноров и акцепторов приблизительно равны $|N_D - N_A| << n_i$, то $n \cong p \cong n_i \cong 10^{10}$ см$^{-3}$, даже если концентрация доноров и акцепторов по отдельности будет велика, т.е. N_D, $N_A >> n_i$.

Задача 2

Пользуясь результатами предыдущей задачи, найти формулу для расчета положения уровня Ферми при заданном уровне легирования полупроводника.

а). Как меняется положение энергии Ферми в зависимости от разности N_D - N_A при фиксированной температуре?

б). Как изменяется положение уровня Ферми при изменении температуры при фиксированном уровне легирования?

в). Где будет находиться энергия Ферми при условии $|N_D - N_A| << n_i$? За счет чего обеспечивается электронейтральность полупроводника в этом случае?

г). Обсудить область применимости полученных формул.

Решение

В полупроводнике, находящемся в состоянии равновесия, концентрация свободных электронов и дырок связана с энергией Ферми соотношениями:

$$n = N_C \exp\left(-(E_C - E_F)/kT\right), \tag{2.1}$$

$$p = N_V \exp\left(-(E_F - E_V)/kT\right), \tag{2.2}$$

где N_C и N_V – эффективные плотности состояний в зоне проводимости и валентной зоне соответственно. Эти параметры определяются расчетным путем (оба имеют величину ~ 10^{19} см$^{-3}$) и имеют слабую зависимость от температуры ($N_C \sim N_V \sim T^{3/2}$), которой можно почти всегда пренебречь в сравнении с экспоненциальной зависимостью в (2.1 – 2.2).

Положение энергии Ферми в однородном полупроводнике следует находить из условия электронейтральности. Приравнивая соответственно (2.1) и (1.4), а также (2.2) и (1.3), получаем два выражения:

$$E_F \cong E_C - kT \ln[N_C/n], \tag{2.3}$$

$$E_F \cong E_V + kT \ln[N_V/p], \tag{2.4}$$

где n и p определяются (1.3) и (1.4). Отметим, что для равновесного случая эти выражения полностью эквивалентны друг другу и согласуются с формулой (1.1) и соотношением

$$n_i^2 = N_C N_V \exp[-(E_C - E_V)/kT]. \tag{2.5}$$

а). Если $|N_D - N_A| >> n_i^2$, то из (1.4) и (2.3) получаем, что с увеличением разности $N_D - N_A$ уровень Ферми будет приближаться к краю зоны проводимости по логарифмическому закону: $E_F - E_C \sim \text{const} + kT \ln[|N_D - N_A|]$.

б). При любом типе легирования энергия Ферми с ростом температуры движется к середине запрещенной зоны кремния приблизительно по линейному закону (см. (2.3) и (2.4)).

в). Если $N_D \cong N_A$, то энергия Ферми находится приблизительно в середине запрещенной зоны кремния, плотности электронов и дырок порядка собственной концентрации n_i, т.е. очень малы, а концентрации ионизованных отрицательных акцепторов и положительных доноров (которые могут на много порядков превосходить собственную концентрацию) равны друг другу.

г). Полученные формулы справедливы для умеренной степени легирования полупроводника (N_D, $N_A < N_C \sim N_V \cong 10^{19}$ см$^{-3}$) и/или для не очень низких температур. В этих случаях уровень Ферми располагается не очень близко к краям зон полупроводника ($E_C - E_F > 2\text{-}3\ kT$, невырожденный случай), что обеспечивает также достаточную степень ионизации легирующей примеси.

Задача 3

Показать, что соотношение между дрейфовой скоростью и электрическим полем с постоянной подвижностью μ эквивалентно закону Ома. Получить выражение для удельного и полного сопротивления.

Решение

Дрейфовая скорость $v_d = \mu E$ носителей с концентрацией N и зарядом $q>0$ приводит к плотности электрического тока

$$J = q\, v_d\, N = q\, \mu\, N\, E. \tag{3.1}$$

Полный ток через однородный образец длиной L и площадью поперечного сечения A при приложении разности потенциалов на контактах V ($E=V/L$) равен

$$I = q\,(A/L)\,\mu\, N\, V;$$

сопротивление образца $R=(L/A)(q\,\mu\, N)^{-1}$,

удельное сопротивление $\rho=1/(q\,\mu\, N)$.

Задача 4

Пластина кремния длиной L = 100 мкм, шириной W = 10 мкм и толщиной a = 1 мкм легирована мышьяком 10^{16} см$^{-3}$ (μ_n = 1000 см^2/(В×с)). Вычислить:

а) удельное сопротивление кремния ρ;

б) удельное поверхностное сопротивление пластины ρ_s;

в) полное сопротивление пластины R.

Решение

ρ = 0.0625 Ом×см; $\rho_s=\rho/a$=625 Ом/□; $R = \rho_s\ (L/W)$=6.25 кОм.

Задача 5

Имеем однородный образец (полупроводник) длиной L и площадью поперечного сечения A. Найти:

а) полное количество подвижного заряда в образце Q;

б) время, за которое носитель с подвижностью μ преодолеет всю длину образца L в электрическом поле E ("время пролета" τ_F);

в) показать, что для тока для I выполняется соотношение

$I = Q/\tau_F$

Решение

а) $Q= q\ N\ A\ L$; б) $\tau_F = L/v_d = L/(\mu E) = L^2/(\mu V)$.

Задача 6

Для образца кремния n-типа (T=300K, удельное сопротивление ρ = 5 Ом×см, подвижность электронов μ_n = 1600 см^2/(В×с); подвижность дырок μ_p = 600 см^2/(В×с)) определить:

а) концентрацию электронов и дырок;

б) положение уровня Ферми;

в) долю неионизированных доноров.

Принять, что энергия ионизации доноров $E_C - E_D$ = 0.05 эВ.

Решение

Используем формулу для удельного сопротивления (см. задачу 4) и соотношение (1.1), справедливое для случая равновесия. Имеем

$$\rho = \left[q\left(\mu_n n + \mu_p n_i^2 / n\right)\right]^{-1}. \tag{6.1}$$

а). Отсюда получаем численно $n \cong 0.8\times10^{15}$ см$^{-3}$.

б). Используя (2.3), получаем $E_C - E_F \cong 0.244$ эВ.

в). Вероятность того, что донорный уровень нейтрален (т.е. заполнен) определяется функцией распределения Ферми - Дирака

$$f(E_D) = [1 + \exp[(E_D - E_F)/k\,T]]^{-1}. \qquad (6.2)$$

Поскольку $E_C - E_F \cong 0.244$ эВ и $E_C - E_D \cong 0.05$ эВ, то $E_D - E_F \cong 0.194$ эВ, откуда

$$f(E_D) = [1 + \exp[(0.194/0.026)]]^{-1} \cong 5.7\times10^{-4}.$$

Задача 7

Тонкая пластина кремния с уровнем легирования N_A=10^{16} см$^{-3}$ освещается светом такой интенсивности, что в объеме кремния содержится избыточная концентрация носителей $\Delta n = \Delta p = 10^{15}$ см$^{-3}$.

а). Найдите смещение квазиуровней Ферми для электронов и дырок от своего равновесного значения.

б). Как изменится закон действующих масс в этом случае?

Решение

а). Для определения понятия квазиуровней Ферми воспользуемся обобщением равновесных соотношений (2.1-2.2)

$$n_0 + \Delta n = N_C \exp\bigl(-(E_C - E_{Fn})/kT\bigr); \qquad (7.1)$$

$$p_0 + \Delta p = N_V \exp\bigl(-(E_{Fp} - E_V)/kT\bigr), \qquad (7.2)$$

из которых получаем:

$$E_{Fn} - E_F = kT\ln[(n_0+\Delta n)/n_0] \cong kT\ln[N_A\Delta n/n_i^2] \cong 0.66 \text{ эВ};$$

$$E_{Fp} - E_F = - kT\ln[(p_0+\Delta n)/p_0] \cong - kT\,(\Delta p/N_A) \cong - 0.0026 \text{ эВ}.$$

Отметим, что квазиуровень Ферми для основных носителей (дырок) практически остался равным равновесному значению, в то время как квазиуровень Ферми для электронов сдвинулся по направлению к зоне проводимости на две трети ширины запрещенной зоны кремния.

б). Равновесное соотношение (1.1) модифицируется при этом следующим образом:

$$(n_0+\Delta n)\,(p_0+\Delta n) =$$

$$= N_C N_V \exp[- (E_g + E_{Fp} - E_{Fn})/kT] = n_i^2 \exp[(E_{Fn} - E_{Fp})/kT]. \qquad (7.3)$$

Формула (7.3) справедлива и в общем случае, когда неравновесные концентрации носителей, и, следовательно, расщепление уровня Ферми происходит за счет других процессов. Например, при инжекции (в этом случае E_{Fn} - $E_{Fp} > 0$), либо удалении носителей (E_{Fn} - $E_{Fp} < 0$) при помощи контактов или *p-n* переходов.

Задача 8

а). Получите выражение для разности скоростей тепловой генерации и рекомбинации в приближении слабого отклонения от состояния равновесия. Как изменится результат, если появится источник нетепловой генерации?

б). Интенсивность света такова, что в освещаемой тонкой пластине полупроводника имеет место равномерная оптическая генерация носителей обоих типов с объемной скоростью $G_{opt} = 10^{21}$ см$^{-3}\times$с$^{-1}$.

Найдите стационарное значение концентрации избыточных основных и неосновных носителей.

в). Пользуясь уравнением непрерывности, получите закон убывания концентраций неравновесных носителей после того, как освещение будет выключено.

Принять, что среднее время жизни носителей τ =1 мкс, а уровень легирования 10^{16} см$^{-3}$.

Решение

а). В состоянии теплового равновесия скорость тепловой генерации электронов и дырок G и скорость рекомбинации R равны друг другу. Скорость рекомбинации пропорциональна произведению концентрации электронов и дырок $R \sim n\,p$, скорость генерации есть функция только температуры, и поэтому условие теплового равновесия $G = R$ эквивалентно формуле (1.1). Если концентрация носителей по каким-либо причинам отклоняется от равновесного значения, то разность между скоростью генерации и рекомбинации становится ненулевой

$$G - R = - \gamma (n\,p - n_i^2), \qquad (8.1)$$

где γ - не зависящая от концентраций носителей некоторая функция температуры и положения энергетических уровней дефектов и примесей, через которые происходят процессы генерации и рекомбинации. Если отклонение концентраций от равновесных значений <u>основных</u> носителей невелико ($\Delta n = \Delta p << n_0$ или p_0), то из (3.1) можно получить

$$G - R \cong - \gamma (n_0 + p_0)\, \Delta n \equiv - \Delta n/\tau, \qquad (8.2)$$

где введена константа τ, имеющая размерность времени, называемая временем жизни.

Уравнение непрерывности в однородном образце при наличии источника генерации, имеющий не тепловой, а оптический характер, имеет вид

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = G_{opt} - \frac{\Delta n}{\tau}\,. \tag{8.3}$$

При долгом освещении стационарное значение концентраций избыточных носителей находится из равенства нулю правой части (8.3)

$$\Delta n_0 = G_{opt}\ \tau, \tag{8.4}$$

откуда получаем $\Delta n_0 = 10^{15}$ см$^{-3}$, так что условие слабой инжекции, при котором мы, строго говоря, только и можем пользоваться концепцией постоянной времени жизни, выполнено.

Решая (8.3) с начальным условием $\Delta n = G_{opt}\ \tau$, получаем

$$\Delta n = G_{opt}\ \tau \exp[\,-\,t\,/\,\tau\,]. \tag{8.5}$$

Подчеркнем, что в силу того, что генерация и рекомбинация идет парами и сохраняется условие электронейтральности ($\Delta n = \Delta p$), то после выключения освещения концентрация избыточных основных и неосновных носителей уменьшается по одному закону. Тем не менее, поскольку относительное изменение концентрации основных носителей незначительно в сравнении с относительным изменением концентраций неосновных носителей (см. задачу 7), величину τ часто называют временем жизни неосновных носителей.

Задача 9

Используя выражение для локальной неравновесной плотности электронов через локальное значение квазиуровня Ферми E_{Fn} (см. задачу 8)

$$n(x) = N_C \exp\bigl(-(E_C(x) - E_{Fn}(x))/kT\bigr), \tag{9.1}$$

и соотношение для плотности диффузионно-дрейфового тока

$$J_n = q\mu_n\, n\, E + qD_n\, dn/dx\,, \tag{9.2}$$

и учитывая, что электрическое поле E пропорционально наклону края валентной зоны и зоны проводимости

$$E = dE_C/(qdx)\,, \tag{9.3}$$

показать, что из условия равенства нулю полного тока и независимости квазиуровня Ферми от координаты следует соотношение Эйнштейна

$$D_n / \mu_n = kT / q \equiv \varphi_t\ , \tag{9.4}$$

а полный ток электронов пропорционален градиенту электронного квазиуровня Ферми

$$J_n = \mu_n\, n\, dE_{Fn}/dx\,. \tag{9.5}$$

Проделать все это также и для дырочного тока J_p.

Решение

Подставляя выражение для концентрации в формулу для тока, непосредственным вычислением получаем

$$J_n = q\left(\mu_n - \frac{qD_n}{kT}\right)n\,E + \frac{qD_n}{kT}\,n\,\frac{dE_{Fn}}{dx}\,. \tag{9.6}$$

В равновесии полный ток должен быть равен нулю, следовательно, квазиуровень Ферми не должен зависеть от координаты и соотношение Эйнштейна должно выполняться тождественно. Учитывая соотношение Эйнштейна, получаем выражение для тока электронов (9.5).

Задача 10

Из равенства нулю полного тока в равновесном, но неоднородном полупроводнике найти, как связаны потенциалы в двух различных точках a и b с равновесными концентрациями электронов и дырок в этих точках. Рассмотреть два частных случая:

а) обедненная область в МОП-структуре;

б) *p-n* переход в равновесии.

Решение

Из условия равенства нулю тока J_n = 0 (см. (9.2)) можно найти распределение электрического поля в неоднородном полупроводнике и проинтегрировать его, получив, разность потенциалов между двумя точками a и b:

$$\int_a^b E(x)dx = -\varphi_t \int_a^b dn/n\,. \qquad (10.1)$$

Отметим здесь, что в физике полупроводников часто удобно отсчитывать потенциал вниз от своего значения в нейтральной однородной подложке. При этом $E=d\varphi/dx$ и локальные плотности электронов в точках a и b связаны с соответствующими локальными значениями потенциалов

$$n(b)/n(a) = \exp\left(-(\varphi(b)-\varphi(a))/\varphi_t\right). \qquad (10.2)$$

Аналогичное выражение имеет место для дырок

$$p(b)/p(a) = \exp\left((\varphi(b)-\varphi(a))/\varphi_t\right); \qquad (10.3)$$

а) поверхностную концентрацию электронов у границы раздела кремния с оксидом в МОП-структуре с p-подложкой $n(x=0)$ можно выразить через поверхностный потенциал у границы раздела и концентрацию электронов в глубине p-подложки n_i^2/N_A:

$$n(x=0) = \left(n_i^2/N_A\right)\exp\left(\varphi_s/\varphi_t\right); \qquad (10.4)$$

б) барьерный потенциал в равновесном p-n переходе определяется равновесными концентрациями электронов и дырок в глубине нейтральной подложки p-n перехода и не зависит от деталей распределения легирующей примеси в области пространственного заряда p-n перехода:

$$\varphi_B = \varphi(b)-\varphi(a) = \varphi_t \ln\left(n(a)/n(b)\right) = \varphi_t \ln\left(n_{n0}p_{p0}/n_i^2\right). \qquad (10.5)$$

2. СВОЙСТВА МОП-СТРУКТУР

Задача 11

Найти распределение электрического поля в области пространственного заряда равномерно легированной p-подложке МОП-транзистора.

а). Получить выражение для электрического поля в полупроводнике у границы раздела, если концентрацией электронов в инверсионном слое еще можно пренебречь. Как изменится результат при появлении инверсионного слоя с заметной поверхностной плотностью электронов n_S? Как связаны электрические поля в полупроводнике и оксиде на границе Si-SiO_2? Каково будет электрическое поле в оксиде за слоем положительного заряда в оксиде с плотностью N_{ot}?

б). Найти ширину обедненной области для поверхностного потенциала φ_s = 0.6 В для равномерно легированной подложки $N_A = 10^{16}$см$^{-3}$.

в). Как изменится толщина обедненного слоя, если между контактом подложки МОП-транзистора и заземленным стоком и истоком подать отрицательное смещение V_{BS} = - 3 В?

Решение

Решение уравнения Пуассона в пределах обедненного слоя полупроводника p-типа

$$dE/dx = -(q/\varepsilon_s\,\varepsilon_0)\,N_A, \qquad 0 \le x \le W, \qquad (11.1)$$

с граничным условием на границе обедненного слоя $E(x = W) = 0$ имеет вид:

$$E(x) = (q/\varepsilon_s\,\varepsilon_0)\,N_A\,(W - x). \qquad (11.2)$$

То же выражение легко получить, пользуясь законом Гаусса, который является интегральной формой уравнения Пуассона.

а). Если концентрацией электронов в инверсионном слое можно пренебречь, то формулу для электрического поля у границы раздела со стороны полупроводника получаем, полагая x=0 в (11.2). Если же плотностью электронов в инверсионном слое n_S пренебречь нельзя, то закон Гаусса дает элементарное обобщение

$$E(x = 0) = (q/\varepsilon_s\,\varepsilon_0)\,(N_A\,W + n_S). \qquad (11.3)$$

Если известно поверхностное поле со стороны полупроводника E_s, то поле со стороны оксида E_{ox} можно рассчитать, пользуясь непрерывностью электрического смещения

$$E_{ox}(\mathrm{x} = 0) = (\varepsilon_s/\varepsilon_i)\,E_s \cong 4\,E_s. \qquad (11.4)$$

В (11.4) учтено, что диэлектрические проницаемости кремния и SiO_2 равны, соответственно, $\varepsilon_s \cong 12$ и $\varepsilon_i \cong 4$.

Учитывая (11.3) и (11.4), и пользуясь законом Гаусса, получаем, что электрическое поле между затвором и слоем положительного заряда в оксиде с плотностью N_{ot} равно

$$E_{ox}(\mathrm{x} = 0) = (q/\varepsilon_i\,\varepsilon_0)\,(N_A\,W + n_S - N_{ot}). \qquad (11.5)$$

б). Интегрируя электрическое поле по x от нуля до границы области пространственного заряда W, получаем соотношение для поверхностного потенциала (т.е. разности потенциалов между подложкой и границей раздела Si-SiO_2), как функцию толщины обедненной области

$$\varphi_s = (q/\varepsilon_s\varepsilon_0)\, N_A\, W^2/2. \qquad (11.6)$$

Отсюда ширина обедненной области как функция поверхностного потенциала имеет вид:

$$W = [2\, \varepsilon_s\, \varepsilon_0\, \varphi_s/(q\, N_A)]^{1/2}; \qquad (11.7)$$

$$W = [2\times12\times8.85\times10^{-14}\times0.6/(1.6\times10^{-19}\times10^{16})]^{1/2} \cong 0.28 \text{ мкм}.$$

Формулами (11.6-11.7) можно пользоваться и в случае сильной инверсии, поскольку падение потенциала на тонком инверсионном слое весьма мало (порядка φ_t).

в). Отрицательное смещение на p-подложку эквивалентно обратносмещенным p-n переходам истока и стока, в которых все дополнительное приложенное напряжение падает в области пространственного заряда соответствующих p-n переходов. В контексте данной задачи МОП-структуру можно рассматривать как p-n переход с очень сильно легированной n-областью. Все приложенное смещение между контактом истока и подложки будет падать на области пространственного заряда, и ее толщина будет равна

$$W = [2\, \varepsilon\, \varepsilon_0\, (\varphi_s - V_{BS})/(q\, N_A)]^{1/2}.$$

При этом, толщина обедненного слоя может существенно вырасти:

$$W = [2\times12\times8.85\times10^{-14}\times(0.6+3)/(1.6\times10^{-19}\times10^{16})]^{1/2} \cong 0.69 \text{ мкм}.$$

Задача 12

Между подложкой p-типа с однородной концентрацией легирующей примеси N_A (SPICE параметр NSUB) и затвором МОП-структуры приложено напряжение V_g. Найти связь между этим напряжением и поверхностным потенциалом φ_s, если в оксиде присутствует положительный заряд с поверхностной плотностью N_{ot}, расположенный вблизи границы раздела с кремнием.

Решение

При приложении положительного смещения на затворе появляется положительный заряд с поверхностной плотностью N. Этот заряд экранируется отрицательным зарядом акцепторов в слое толщиной $W(\varphi_s)$ (см. задачу 11) и электронов n_S в тонком инверсионном слое. Условие электронейтральности всей МОП-структуры с учетом положительного заряда в оксиде ($Q_{ot} = q\ N_{ot}$) записывается в виде

$$N + N_{ot} = n_S + N_A W. \qquad (12.1)$$

Поскольку по условию весь заряд в оксиде сосредоточен около границы раздела $Si\text{-}SiO_2$, то электрическое поле в оксиде будет константой, которую можно связать через закон Гаусса с плотностью заряда на затворе

$$E_{ox} = q\ N/(\varepsilon_i \varepsilon_0), \qquad (12.2)$$

где ε_i – относительная диэлектрическая проницаемость оксида (~ 3.9 для SiO_2).

Приложенное напряжение между затвором и подложкой состоит из падений напряжений в полупроводнике (φ_s) и по толщине оксида d_{ox} (SPICE параметр TOX) и контактной разности потенциалов между материалом затвора и кремниевой подложки φ_{ms} (см. задачу 14).

$$V_g = \varphi_{ms} + \varphi_s + E_{ox}\, d_{ox}. \qquad (12.3)$$

Тогда, с учетом (12.1) и (12.2) а также (11.6-11.7) получаем:

$$V_g = \varphi_{ms} + \varphi_s + (qn_s + qN_A W(\varphi_s) - Q_{ot})/C_0, \qquad (12.4)$$

где мы определили удельную емкость оксида:

$$C_0 = \varepsilon_i\ \varepsilon_0/d_{ox}, \qquad (12.5)$$

(SPICE параметр COX).

Задача 13

Найти поверхностные потенциалы в МОП-транзисторе с подложкой *p*-типа, при которых:

а) объемные концентрации электронов и дырок у границы раздела $Si\text{-}SiO_2$ равны друг другу;

б) объемная концентрация неосновных носителей (электронов) у границы раздела равна концентрации основных носителей в подложке (дырок).

в). Получите выражения для напряжений на затворе, соответствующих этим потенциалам.

г). При каком напряжении на затворе полный заряд в полупроводнике будет равен нулю?

Решение

Концентрации электронов и дырок у границы раздела как функции потенциала у поверхности φ_s имеют вид (см. задачу 10):

$$n(\varphi_s) = N_C \exp\left[-(E_C - E_F - q\varphi_s)/kT\right] \cong \left(n_i^2/N_A\right)\exp\left(\varphi_s/\varphi_t\right); \quad (13.1)$$

$$p(\varphi_s) = N_V \exp\left[-(E_F - E_V + q\varphi_s)/kT\right] \cong N_A \exp\left(-\varphi_s/\varphi_t\right). \quad (13.2)$$

Из условий задачи приравниваем концентрации

а) $n(\varphi_s) = p(\varphi_s)$; б) $n(\varphi_s) = N_A$,

и находим из условия (а) поверхностный потенциал, при котором концентрации электронов и дырок равны

$$\varphi_{mg} = \varphi_F \equiv \varphi_t \ln[N_A/n_i]. \quad (13.3)$$

Этот потенциал часто называют потенциалом середины зоны (midgap potential), поскольку уровень Ферми у поверхности находится в этом случае в середине запрещенной зоны кремния.

Из условия (б) находим поверхностный потенциал, соответствующий началу сильной инверсии (SPICE параметр PHI)

$$\varphi_{th} = 2\varphi_F \equiv 2\varphi_t \ln[N_A/n_i]. \quad (13.4)$$

в). Теперь, используя полученное ранее выражение для затворного напряжения, получаем соответственно:

напряжение середины зоны (midgap voltage)

$$V_{mg} \equiv V_g(\varphi_F) = \varphi_{ms} + \varphi_F + [qN_\mathrm{A}W(\varphi_F) - Q_\mathrm{ot}]/C_0; \quad (13.5)$$

пороговое напряжения (threshold voltage, SPICE параметр VTO)

$$V_t \equiv V_g(2\varphi_F) = \varphi_{ms} + 2\varphi_F + [qN_\mathrm{A}W(2\varphi_F) - Q_\mathrm{ot}]/C_0. \quad (13.6)$$

г). Полный заряд в кремнии равен нулю, если поверхностный потенциал равен нули и края зон кремния не изогнуты (условие "плоских зон"). Подставляя φ_s =0 в (12.4) получаем выражение для напряжения плоских зон V_{FB} (flatband voltage)

$$V_{FB} \equiv V_g(0) = \varphi_{ms} - Q_\mathrm{ot}/C_0. \quad (13.7)$$

Задача 14

Пользуясь результатами задач 12 и 13, получить выражение для поверхностной плотности электронов в инверсионном слое МОП-транзистора с p-подложкой как функцию напряжения на затворе и порогового напряжения.

а). Рассчитайте поверхностную концентрацию носителей в инверсионном слое, если пороговое напряжение V_t =1 В, напряжение на затворе V_g =3 В, а толщина оксида равна 20 нм. Сравните ее с поверхностной плотностью отрицательных акцепторов в обедненном слое, если подложка равномерно легирована и N_A=5×10^{16} см$^{-3}$.

б). Как изменится пороговое напряжение, если при воздействии ионизирующего излучения положительный заряд в оксиде увеличится на величину ΔN_{ot} = 5×10^{11} см$^{-2}$?

Решение

После того, как потенциал достиг своего значения $2\varphi_F$, объемная концентрация электронов у границы раздела сравнивается с концентрацией акцепторов, и дальнейший экспоненциальный (по потенциалу, см. (13.1)) рост плотности электронов дает возможность пренебречь довольно слабой зависимостью ширины обедненной области от потенциала. При этом, для затворных напряжений выше порогового $V_g > V_t$, можно с хорошей точностью полагать для расчетов $N_A W(\varphi_s) \cong N_A W(2\varphi_F)$. Тогда, учитывая (13.6), находим из (12.4)

$$qn_s \cong C_o (V_g - V_g(\varphi_s = 2\varphi_F, n_s = 0)) = C_o (V_g - V_t). \qquad (14.1)$$

а). Используя (14.1) и (12.5) получаем:

$$n_s = (C_o/q)(V_g - V_t) = \varepsilon_i \varepsilon_0 (V_g - V_t)/(q\, d_{ox}) \cong 2.16\times10^{12}\text{ см}^{-2}.$$

Плотность заряженных акцепторов в обедненном слое рассчитываем при помощи соотношений (11.6-11.7) при потенциале $\varphi_s = 2\varphi_F$. Используя определение (13.3), вычисляем

$$\varphi_F \equiv \varphi_t \ln[N_A/n_i] = 0.026 \ln[5\times10^{16}/10^{10}] \cong 0.4\text{ В}.$$

Плотность зарядов в обедненной области равна

$$N_A W(2\varphi_F) = [2\, \varepsilon_s\, \varepsilon_0\, 2\varphi_F\, N_A/q]^{1/2} \cong 7.2\times10^{11}\text{ см}^{-2};$$

в надпороговой области обычно выполняется неравенство $n_s > N_A W$.

б). Используя (13.6), имеем

$$\Delta V_t = -q\, \Delta N_{ot}/C_0, \qquad (14.2)$$

откуда делаем вывод, что сдвиг порогового напряжения ΔV_t = - 0.46 В происходит в сторону меньших значений.

Задача 15

Рассчитать напряжение плоских зон для МОП-структуры с уровнем легирования подложки акцепторами N_A = 10^{17} см$^{-3}$ и алюминиевым затвором (χ_m =4.1 В) в предположении, что зарядом в оксиде можно пренебречь. Проделать то же самое для подложки *n*-

типа с тем же уровнем легирования. Как изменится ответ, если в оксиде толщиной d_{ox}= 50 нм непосредственно у границы раздела Si – SiO_2 имеется положительный заряд N_{ot} = 10^{11} см$^{-2}$?

Решение

Если заряд в оксиде равен нулю, то напряжение плоских зон совпадает с контактной разностью потенциалов (см. (13.7)). Край зоны проводимости кремния лежит ниже минимальной энергии свободного заряда в вакууме на величину сродства к электрону для данного полупроводника χ_s (для кремния сродство к электрону χ_s = 4.05 В). Потенциал Ферми в кремнии лежит ниже края зоны проводимости Si на величину $E_g/2q + \varphi_F \equiv E_g/2q + \varphi_t \ln(N_A/n_i)$.

Потенциал Ферми в алюминиевом затворе лежит ниже уровня вакуума только на величину сродства к электрону для алюминия (χ_m = 4.1 В). Тогда для подложки p-типа имеем:

$$V_{FB} = \varphi_{ms} \equiv \chi_m - \chi_s - E_g/2q - \varphi_t \ln(N_A/n_i); \qquad (15.1)$$

$$V_{FB} \cong 4.1 - 4.05 - 0.56 - 0.026 \ln(10^{17}/10^{10}) \cong - 0.92 \text{ В}.$$

Для подложки n-типа

$$V_{FB} = \chi_m - \chi_s - E_g/2q + \varphi_t \ln(N_D/n_i); \qquad (15.2)$$

$$V_{FB} \cong 4.1 - 4.05 - 0.56 + 0.026 \ln(10^{17}/10^{10}) \cong - 0.1 \text{ В}.$$

При наличии положительного заряда в оксиде в обоих случаях напряжение сместится в сторону еще более отрицательных значений (см. задачу 14)

$$\Delta V_{FB} = - \Delta Q_{ot}/C_0; \qquad (15.3)$$

$$\Delta V_{FB} \cong - (1.6\ 10^{-19}\ 10^{11})\ (50\ 10^{-7}/(3.9\times 8.85\times 10^{-14}) \cong - 0.23 \text{ В}.$$

Обратите внимание на то, что из-за наличия контактной разности потенциалов, электрическое поле в оксиде не равно нулю даже при разомкнутом контакте затвора.

Задача 16

Рассчитайте пороговое напряжение n-канального МОП-транзистора с алюминиевым затвором и концентрацией акцепторов в равномерно легированной подложке, полагая а) $N_A = 10^{16}$ см$^{-3}$, б) $N_A = 10^{17}$ см$^{-3}$. Заряд в подзатворном оксиде толщиной 10 нм расположен у границы раздела с кремнием и равен $N_{ot} = 10^{11}$ см$^{-2}$.

Решение

Учитывая выражения (13.6) и (15.1), получаем расчетную формулу для порогового напряжения n-канального МОП-транзистора

$V_t = \chi_m - \chi_s - E_g/2q + \varphi_t \ln(N_A/n_i) + 2\,\varphi_F + q(N_A\,W(2\,\varphi_F) - N_{ot})/C_0$. (16.1)

Непосредственный расчет дает удельную емкость оксида $C_0 = 3.45\ 10^{-7}$ Ф/см^2 (см. (12.5)), а также

а) $N_A = 10^{16}$; $\varphi_F = 0.35$ В; $V_t = -\ 0.14$ В;

б) $N_A = 10^{17}$; $\varphi_F = 0.41$ В; $V_t = 0.19$ В.

Эти вычисления дают понимание возможности технологического контроля и увеличения порогового напряжения n-канального МОП-транзистора (что необходимо для нормально закрытых приборов) с помощью процедуры подлегирования подложки.

Задача 17

Найти выражение для тока стока МОП-транзистора с длиной канала L и шириной Z (SPICE параметры L и W), используя концепцию времени пролета и полного количества подвижного заряда в канале транзистора Q_{inv} для случаев:

а) линейного омического режима $V_{ds} \ll V_g - V_t$;

б) во всей крутой области I-V характеристики $V_{ds} \le V_g - V_t$;

в) во всей пологой области работы МОП-транзистора $V_{ds} > V_g - V_t$.

Решение

а). При малом смещении между стоком и истоком плотность носителей в канале $V_{ds} \ll V_g - V_t$

$$Q_{inv} \cong qn_s\,Z\,L = C_o(V_g - V_t)\,Z\,L\,. \tag{17.1}$$

Время пролета носителей между стоком и истоком (см. задачу 6)

$$\tau_F = L/(\mu\,E) = L^2/(\mu\,V_{ds}), \tag{17.2}$$

где μ - подвижность носителей в канале транзистора (SPICE параметр UO). Тогда ток между стоком и истоком равен

$$I_d = Q_{inv}\big/\tau_F = (Z/L)\,\mu\,C_o(V_g - V_t)V_{ds} \tag{17.3}$$

б). Если приложенное напряжение между стоком и истоком не мало $V_{ds} \le V_g - V_t$, то плотность носителей в инверсионном слое будет заметно уменьшаться направлению к стоку из-за увеличения поверхностного потенциала вдоль канала:

$$qn_s(y) = C_o(V_g - V_t - \varphi_s(y)) \ ; \quad (\varphi(y=0)=0,\ \varphi(y=L)=V_{ds}). \quad (17.4)$$

Полное количество заряда в инверсионном слое в этом случае будет приблизительно определяться средним значением:

$$\overline{Q}_{inv} \cong q\overline{n_s(y)}\,Z\,L = C_o(V_g - V_t - V_{ds}/2)\,Z\,L\ . \quad (17.5)$$

Тогда ток стока равен:

$$I_d = (Z/L)\,\mu C_o(V_g - V_t - V_{ds}/2)V_{ds}\ . \quad (17.6)$$

Приведенная формула перестает быть справедливой уже при $V_{ds} = V_g - V_t$, когда концентрация заряда в инверсионном слое у стока снижается до очень малой величины, и ток насыщается приблизительно на уровне максимального значения (17.6)

$$I_d = (Z/L)\,\mu C_o(V_g - V_t)^2/2\ ; \qquad V_{ds} > V_g - V_t. \quad (17.7)$$

в). В реальных приборах при $V_{ds} > V_g - V_t$ часто заметен эффект уменьшения длины канала за счет "наползания" на него расширяющейся при увеличении V_{ds} обедненной области обратносмещенного *p-n* перехода стока. Это уменьшение (или модуляция длины канала) зависит от напряжения между стоком и истоком и часто описывается с помощью эмпирического фактора модуляции λ (SPICE параметр LAMBDA):

$$I_d \sim 1/(L - \Delta L) \sim 1 + \Delta L/L \sim 1 + \lambda V_{ds}\ . \quad (17.8)$$

Приращение тока в режиме насыщения тока МОП-транзистора с точки зрения его малосигнальной эквивалентной схемы равносильно добавлению параллельно идеальному источнику тока некоторого, обычно очень большого внутреннего сопротивления (см. задачу 18).

Задача 18

Имеем *n*-канальный МОП-транзистор, пороговое напряжение которого составляет $V_t = 1$ В, отношение ширины канала к длине Z/L = 10мкм/1мкм, толщина оксида d_{ox} = 20нм, коэффициент модуляции длины канала $\lambda = 0.01$ В$^{-1}$, подвижность электронов в канале μ_n = 300 см^2/ (В×с). Для смещений на затворе и стоке соответственно V_{gs} =3 В и V_{ds} = 5 В рассчитать:

а) величину тока стока;

б) удельную крутизну входную проводимость;
в) выходное сопротивление.

Решение

а). Поскольку V_g - V_t < V_{ds}, то транзистор находится в области насыщения тока (пологий участок вольтамперной кривой) и для расчета тока мы должны пользоваться квадратичной формулой (17.7) с учетом (17.8)

$$I_d = \frac{Z}{L}\mu_n C_o \frac{(V_g - V_t)^2}{2}(1+\lambda V_{ds}) \cong 1.09 \text{ мА}.$$

б). Крутизна, определяемая как

$$g_m = \left(\frac{\partial I_d}{\partial V_g}\right)_{V_{ds}=const}, \qquad (18.1)$$

равна в этой точке

$$g_m = \frac{Z}{L}\mu_n C_o (V_g - V_t)(1+\lambda V_{ds}) \cong 1.09 \text{ мА/В}. \qquad (18.2)$$

Совпадение численных значений для I_d и g_m носит, конечно, случайный характер.

в). Выходное собственное сопротивление есть величина, обратная собственной проводимости канала:

$$g_D = \left(\frac{\partial I_d}{\partial V_{ds}}\right)_{V_g=const}. \qquad (18.3)$$

Произведя дифференцирование, получаем:

$$r_0 = g_D^{-1} = \frac{1}{\lambda I_d} = \frac{1}{0.01\times 1.09\times 10^{-3}} \cong 91.7 \text{ кОм}. \qquad (18.4)$$

3. ДИОДЫ И СВОЙСТВА P-N ПЕРЕХОДОВ

Задача 19

Пользуясь результатами задачи 10, получить граничное условие Шокли, считая, что все приложенное внешнее напряжение V падает на *p-n* переходе и изменяет величину барьерного потенциала $\varphi_B \to \varphi_B - V$. Найти приблизительное значение напряжения, при котором концентрация инжектированных носителей сравняется с концентрацией основных носителей.

Положительным смещением считается, если плюс прикладывается к полупроводнику p-типа, а минус – к полупроводнику n-типа.

Решение

Прямое смещение уменьшает величину потенциального барьера p-n перехода, и поэтому разумным обобщением равновесного соотношения (10.5) будет

$$\varphi_B - V = \varphi_t \ln (n_n/n_p) = \varphi_t \ln (p_p/p_n). \qquad (19.1)$$

В отличие от (10.5), сюда входят концентрации неосновных (n_p и p_n) и основных носителей (n_n и p_p) с обеих сторон неравновесного p-n перехода, т. е. перехода, через который течет ток.

При невысоком уровне инжекции концентрации основных носителей увеличиваются в процентном отношении незначительно (т.е. как и в равновесном случае, $n_n \cong N_D$, $p_p \cong N_A$, см. задачу 1), а вот концентрация неосновных носителей может возрастать на двух границах обедненного слоя p-n на несколько порядков (см. задачу 9)

$$n_p = n_n \exp [- (\varphi_B - V)/\varphi_t] \cong (N_D \exp[- \varphi_B/\varphi_t]) \exp[V/\varphi_t] \cong$$
$$\cong (n_i^2/N_A) \exp[V/\varphi_t]; \qquad (19.2)$$
$$p_n = p_p \exp [- (\varphi_B - V)/\varphi_t] \cong (N_A \exp[- \varphi_B/\varphi_t]) \exp[V/\varphi_t] \cong$$
$$\cong (n_i^2/N_D) \exp[V/\varphi_t]. \qquad (19.3)$$

Граничное условие Шокли для избыточных концентраций неосновных носителей будет иметь вид:

для границы обедненной области p-n перехода с p-областью

$$\Delta n = n_p - n_{p0} = n_0 (\exp[V/\varphi_t] - 1) = (n_i^2 /N_A) (\exp[V/\varphi_t] - 1); \qquad (19.4)$$

для границы обедненной области p-n перехода с n-областью

$$\Delta p = p_n - p_{n0} = p_0 (\exp[V/\varphi_t] - 1) = (n_i^2/N_D) (\exp[V/\varphi_t] - 1). \qquad (19.5)$$

Напряжение на p-n переходе, при котором концентрация инжектированных электронов, например, сравнивается с концентрацией основных носителей, дырок, определяется из уравнения $\Delta n \cong N_A$, которое дает величину искомого напряжения

$$V_1 \cong 2\varphi_t \ln (N_A/ n_i) = 2\ \varphi_F. \qquad (19.6)$$

Если $N_A = 10^{15}$ см$^{-3}$, то $V_1 \cong 0.71$ В. Отметим, что это напряжение порядка величины потенциального барьера равновесного p-n перехода φ_B и является при этом приблизительным максимальным значением справедливости приближения слабой инжекции и справедливости граничного условия Шокли. Приближение слабой инжекции нарушается сначала для слаболегированной стороны *p-n* перехода.

Задача 20

Решить уравнение Пуассона для резкого *p-n* перехода, найти максимальное значение электрического поля в нем и толщину слоев пространственного заряда в *n*- и *p*-областях с уровнями легирования $N_A = 10^{16}$ см$^{-3}$, $N_D = 10^{18}$ см$^{-3}$. Как изменится результат при приложении на переход смещения *V*?

Решение

Уравнение Пуассона имеет вид:

$$\varepsilon_s \varepsilon_0 \frac{dE}{dx} = \begin{cases} q\,N_D & -W_n \le x \le 0, \\ -q\,N_A & 0 \le x \le W_p. \end{cases} \tag{20.1}$$

Нулевое граничное условие можно задавать на любой из границ объемного заряда (- W_n или W_p). Электрическое поле изменяется по координате линейно и достигает максимума в точке $x = 0$, где резко меняется тип легирующей примеси. Интегрирование можно проводить с любой границы, и для максимального поля получаются два результата

$$E^{max} = (q/\varepsilon_s\,\varepsilon_0)\,N_D\,W_n = (q/\varepsilon_s\,\varepsilon_0)\,N_A\,W_p, \tag{20.2}$$

которые эквивалентны в силу полной электронейтральности структуры

$$N_D\,W_n = N_A\,W_p. \tag{20.3}$$

Интеграл от электрического поля по всей длине *p-n* перехода равен разности электрического потенциала между объемами *n*- и *p*-полупроводнков. В случае резкого *p-n* перехода этот интеграл считается элементарно (площадь треугольника с высотой E^{max} и основанием $W_n + W_p$):

$$\varphi_B = (q/2\,\varepsilon_s\,\varepsilon_0)\,N_D\,W_n^2 + (q/2\,\varepsilon_s\,\varepsilon_0)\,N_A\,W_p^2. \tag{20.4}$$

Решая совместно (20.3) и (20.4), получаем:

$$W_n = \left(\frac{2\,\varepsilon_s \varepsilon_0\,\varphi_B}{q\,N_D^2} \frac{N_A\,N_D}{N_A + N_D} \right)^{1/2}; \tag{20.5}$$

$$W_p = \left(\frac{2\varepsilon_s \varepsilon_0 \varphi_B}{q N_A^2} \frac{N_A N_D}{N_A + N_D} \right)^{1/2}. \quad (20.6)$$

Барьерный потенциал в данном случае равен (см. (10.5)):

$\varphi_B = \varphi_t \ln[N_D N_A/n_i^2] \cong 0.026 \ln[10^{18}\, 10^{16}/(10^{10})^2] = 0.83$ В;

$W_n \cong 0.0033$ мкм; $W_p \cong 0.33$ мкм.

Таким образом, толщина слоя пространственного заряда сильнолегированной части *p-n* перехода очень мала. Внешнее напряжение V, приложенное к *p-n* переходу, не нарушает полной электронейтральности слоев, а просто изменяет высоту потенциального барьера *p-n* перехода. Все полученные формулы останутся в этом случае справедливыми, если значение потенциального барьера φ_b заменить на $\varphi_B - V$.

Задача 21

Резкий *p-n* переход имеет уровень легирования *p*-области 2×10^{16} см$^{-3}$, а *n*-область кроме концентрации 10^{17} доноров имеет еще 10^{16} см$^{-3}$ акцепторов. Рассчитать:

а) равновесные концентрации электронов и дырок с обеих сторон *p-n* перехода;

б) барьерный потенциал *p-n* перехода;

в) барьерный потенциал при 400 К.

Решение

а). Используя результаты задачи 1, имеем

p-область: $p \cong N_A = 2\times10^{16}$ см$^{-3}$; $n = n_i^2/p = 5\times10^3$см$^{-3}$;

n-область: $n \cong N_d - N_a = 9\times10^{16}$ см$^{-3}$; $p \cong n_i^2/n = 1.1\times10^3$ см$^{-3}$.

б). Используя (10.5), получаем:

$\varphi_B = \varphi_t \ln(n_{n0}\, p_{p0}/n_i^2) \cong \varphi_t \ln[(N_D - N_A)\, N_A/n_i^2] = 0.79$В.

в). Для решения этой задачи нужно учесть сильную температурную зависимость собственной концентрации n_i (см. (2.5)). Учитывая, что при комнатной температуре $n_i \cong 10^{10}$ см$^{-3}$, а ширина запрещенной зоны в кремнии E_C - $E_V \cong 1.1$ эВ, то можно рассчитать φ_B (T=400K) $\cong 0.63$ В.

Задача 22

Решить стационарное уравнение диффузии для распределения избыточной концентрации носителей (электронов) в полубесконечном образце, то есть, где длина полупроводника с рассматриваемой стороны много больше длины диффузии. В этом случае все инжектированные неосновные носители рекомбинируют и не доходят до контакта, а граничные условия имеют вид:

$$\Delta n(x{=}0) = \Delta n_0; \quad \Delta n(\infty) = 0; \qquad\qquad 0 \le x < \infty.$$

Найти ток электронов через структуру, полный избыточный заряд инжектированных неосновных носителей в образце Q_n и "время пролета", определенную формально по образцу задачи 6.

Решение

Решение стационарного уравнения диффузии

$$D_n\, d^2(\Delta n)\big/dx^2 = \Delta n/\tau_n \qquad (22.1)$$

для избыточной концентрации электронов $\Delta n \equiv n - n_0 = \Delta p$ ищем в виде $\Delta n \sim e^{kx}$. Получаем $k = \pm\, (D_n\ \tau_n)^{-1/2} \equiv \pm\, 1/L_n$, где L_n – диффузионная длина для неосновных носителей (электронов). Тогда общее решение имеет вид

$$\Delta n = A \exp(-\, x/L_n) + B \exp(+\, x/L_n). \qquad (22.2)$$

Для полубесконечного образца из граничных условий получаем $A{=}\Delta n_0$, $B = 0$. Тогда имеем:

Распределение плотности неосновных носителей

$$\Delta n(x) = \Delta n_0 \exp(-\, x/L_n). \qquad (22.3)$$

Ток неосновных носителей удобно вычислять при $x = 0$

$$J_n = -\, q\, D_n\, \Delta n_0 / L_n. \qquad (22.5)$$

Полный заряд избыточных электронов (чистый заряд равен нулю за счет компенсации подтянувшимися основными носителями - дырками)

$$Q_n = q\, \Delta n_0\, L_n. \qquad (22.6)$$

"Время пролета" равно в этом случае времени жизни неосновных носителей

$$\tau_F = Q_n/J_n = L_n^{\,2}/D = \tau_n. \qquad (22.7)$$

Задача 23

Решить предыдущую задачу для случая короткой базы (когда длина области полупроводника от края одной из сторон *p-n* перехода до омического контакта много меньше диффузионной длины $W << L_n$). Сравнить время пролета через базу длиной W для структуры с подвижностью неосновных носителей μ = 500 см^2/(В×с), W = 1 мкм, временем жизни τ_n = 1 мкс.

Решение

Омический контакт играет роль идеального "поглотителя" неосновных носителей, и, поэтому, на нем необходимо задавать нулевое граничное условие. Тогда, в отличие от задачи 22, имеем:

$$\Delta n(x = 0) = \Delta n_0; \qquad \Delta n(x = W) = 0; \qquad 0 \leq x \leq W. \tag{23.1}$$

Общее решение имеет такой же вид, как и в предыдущей задаче. Неопределенные коэффициенты нетрудно получить из граничных условий и в общем случае, но результаты получаются довольно громоздкими. Вместе с тем, условие короткой базы ($W << L_n$) допускает очень простое описание для случая, исключительно важного на практике. При выполнении этого условия экспоненты в (22.2) можно разложить до линейных слагаемых и общее решение искать в виде

$$\Delta n(x) = A_1 + B_1 x. \tag{23.2}$$

Находя неопределенные константы с помощью граничных условий (23.1), получаем:

Распределение плотности неосновных носителей

$$\Delta n(x) = \Delta n_0 \,(1 - x/W). \tag{23.3}$$

Ток неосновных носителей

$$J_n = -\, q\, D_n\, \Delta n_0 / W. \tag{23.4}$$

Полный заряд избыточных носителей

$$Q_n = q\, \Delta n_0\, W/2. \tag{23.5}$$

Время пролета, имеющее в этом случае буквальный смысл времени, за которое носитель диффундирует от края *p-n* перехода до омического контакта (SPICE параметр TT)

$$\tau_F = Q_n/J_n = W^2/(2\, D_n). \tag{23.6}$$

Коэффициент диффузии получим, воспользовавшись соотношением Эйнштейна (9.4). Тогда

$$\tau_F = W^2/(2\, \mu\, \varphi_t) \cong 4\times 10^{-10}\text{с} = 0.4 \text{ нс}.$$

Для базы такой толщины время пролета много меньше времени жизни τ_n = 1 мкс, что означает, что для неосновного носителя вероятность рекомбинировать при пролете до контакта весьма мала

$$\tau_F / \tau_n = W^2/(2\, D_n \tau_n) = W^2/(2\, L_n^{\,2}) << 1.$$

Отношение времен оказывается малым в меру малости толщины базы.

Задача 24

Найдите выражение для плотности полного тока через *p-n* переход с длинными базами, задавая на двух границах области пространственного заряда *p-n* перехода условия Шокли.

а). Определите также избыточную плотность неосновных носителей в *n*- и *p*-областях *p-n* перехода.

б). Как изменится результат, если длины от перехода до контакта одной или двух нейтральных областей *p-n* перехода W_{bp} и W_{bn} будут много меньше соответствующих диффузионных длин?

Решение

Используя решения задач 22, 23 и 19, получаем значение плотности диффузионного тока электронов на границе *p-n* перехода с нейтральной *p*-областью:

$$J_n = q\left(\frac{D_n n_i^2}{N_A L_n}\right)(\exp(V/\varphi_t) - 1) \qquad (24.1)$$

и значение плотности диффузионного тока дырок в точке начала квазинейтральной части *n*-области

$$J_p = q\left(\frac{D_n n_i^2}{N_D L_p}\right)(\exp(V/\varphi_t) - 1)\,. \qquad (24.2)$$

Полная плотность тока через *p-n* переход есть сумма

$$J = J_n + J_p. \qquad (24.3)$$

а). Избыточная плотность неосновных носителей равна:

$$Q_p = q\left(\frac{n_i^2}{N_D}\right) L_p (\exp(V/\varphi_t) - 1) = J_p\, \tau_p\,; \qquad (24.4)$$

$$Q_n = q\left(\frac{n_i^2}{N_A}\right)L_n(\exp(V/\varphi_t)-1) = J_n\,\tau_n\,. \qquad (24.5)$$

б). Для короткой базы получаем (см. (23.5)):

$$Q_p = q\left(\frac{n_i^2}{N_D}\right)\frac{W_{bp}}{2}(\exp(V/\varphi_t)-1)\ ; \qquad (24.6)$$

$$Q_n = q\left(\frac{n_i^2}{N_A}\right)\frac{W_{bn}}{2}(\exp(V/\varphi_t)-1)\ . \qquad (24.7)$$

Задача 25

Кремниевый *p-n* переход ($N_\mathrm{A} = 10^{16}$ см$^{-3}$, $N_\mathrm{D} = 4\times10^{16}$ см$^{-3}$) имеет длинную базу со стороны полупроводника *p*-типа и короткую базу $W_{bn} = 1$ мкм со стороны полупроводника *n*-типа. Вычислите ток через диод площадью А=100×100 мкм^2, если на *p-n* переходе падает напряжение $V = 0.6$ В. Для расчетов примите значения времен жизни $\tau_n = \tau_p = 10$ мкс, а подвижностей μ_n = 1000 см^2/(В×с) и $\mu_p = 300$ см^2/(В×с).

Решение

Используя результаты решения задач 24 и 23, получаем:

$$I = q\,A\left(\frac{D_n n_i^2}{N_A L_n} + \frac{D_p n_i^2}{N_D W_n}\right)\exp(V/\varphi_t) \cong 41 \text{ мкА}.$$

Задача 26

Получить формулу для барьерной емкости. Рассчитать барьерную емкость для диода с резким *p-n* переходом ($N_A = 10^{18}$ см$^{-3}$, $N_D = 4\times10^{16}$ см$^{-3}$, площадь диода $A = 10^{-4}$ см^2).

Решение

С электрической точки зрения, *p-n* переход может быть представлен в виде конденсатора с зарядами на обкладках

$$Q_J = qN_AW_p(V) = qN_D\,W_n(V). \qquad (26.1)$$

Приложенное напряжение изменяет ширину областей пространственного заряда, но не нарушает полной электронейтральности структуры:

$$\varphi_b - V = (1/2)(q/\varepsilon_s\,\varepsilon_0)\,N_D\,W_n^2 + (1/2)(q/\varepsilon_s\,\varepsilon_0)\,N_A\,W_p^2. \qquad (26.2)$$

Дифференциалы заряда на обкладках и приложенного потенциала равны соответственно:

$$d\,Q_J = qN_D\,d\,W_n(V) = qN_A\,d\,W_p(V);$$
$$dV = (q/\varepsilon_s\,\varepsilon_0)\,N_D\,W_n\,d\,W_n + (q/\varepsilon_s\,\varepsilon_0)\,N_A\,W_p\,d\,W_p. \qquad (26.3)$$

Тогда удельная дифференциальная емкость области пространственного заряда *p-n* перехода будет равна

$$C_J\,(V) = d\,Q_J/dV = \varepsilon_s\,\varepsilon_0/(W_n(V) + W_p(V)), \qquad (26.4)$$

где толщины слоев заряда в *n*- и *p*-областях (W_n и W_p) определены в задаче 20. Для того чтобы получить барьерную емкость всего *p-n* перехода, нужно помножить удельную емкость на площадь *p-n* перехода.

Уравнение для барьерной емкости (26.4) можно также переписать в виде

$$C_J\,(V) = C_{J0}/(1 - V/\varphi_B)^{1/2}, \qquad (26.5),$$

где C_{J0} – удельная барьерная емкость при нулевом смещении (SPICE параметр CJO); φ_B – контактный потенциал *p-n* перехода (SPICE параметр VJ). Отметим, что степень 1/2 является свойством приближения резкого *p-n* перехода, для плавного *p-n* перехода этот параметр равен 1/3; на практике часто используют эмпирическое промежуточное значение (SPICE параметр MJ).

Величина потенциального барьера для данной задачи составляет

$$\varphi_B = \varphi_t\,\ln[N_\mathrm{D}\,N_\mathrm{A}/n_\mathrm{i}^2] \cong 0.83\ \text{В}.$$

Для указанных в условиях задачи параметров удельная барьерная емкость при нулевом смещении:

$$C_{J0} = 3.19\ 10^{-8}\ \text{Ф/см}^2;$$

при обратном смещении (V = - 0.5 В):

$$C_J = 3.19\ 10^{-8}\,/(1 + 0.5/0.83)^{1/2} = 2.52\ 10^{-8}\ \text{Ф/см}^2.$$

Полные барьерные емкости будут равны соответственно 3.19 и 2.52 пФ.

Задача 27

Найдите формулу для диффузионной емкости *p-n* перехода для диода с длинными базами. Как изменится результат, если одна либо обе базы диода будут короткими?

Решение

Полный заряд неосновных носителей, накапливаемых у краев прямосмещенного *p-n* перехода равен (см. задачу 24)

$$Q = Q_n + Q_p = J_n\ \tau_n + J_p\tau_p. \qquad (27.1)$$

Необходимо подчеркнуть, что этот избыточный заряд неосновных носителей не вносит вклада в электрическое поле *p-n* перехода, поскольку он оказывается скомпенсированным пространственным перераспределением основных носителей. Тем не менее, при изменении прямого смещения этот заряд изменяется и можно ввести диффузионную емкость

$$C_{diff} = \frac{dQ}{dV}. \qquad (27.2)$$

Используя (24.4), можно получить для заряда дырок в длинной базе *n*-типа

$$\frac{dQ_p}{dV} = q\left(\frac{n_i^2}{N_D\varphi_t}\right)L_p \exp(V/\varphi_t)) \cong \frac{J_p\,\tau_p}{\varphi_t}. \qquad (27.3)$$

Аналогичное соотношение имеет место для длинной базы со стороны *p*-полупроводника. Если, например, *p*-база диода имеет длину W, много меньшую диффузионной длины электронов L_n, то вместо диффузионной длины для электронов следует подставить длину базы W, а вместо времени жизни τ_n – время диффузии электрона через базу $\tau_F = W^2/2D_n$.

Задача 28

Рассчитайте диффузионную емкость диода с характеристиками, как в задаче 26 ($N_A = 10^{18}$ см$^{-3}$, $N_D = 4\times10^{16}$ см$^{-3}$, $A = 10^{-4}$ см^2), и с длиной баз $W_{bp} = 1$ мкм, W_{bn}=1 мм. Времена жизни носителей 0.1 мс, подвижности принять равными $\mu_n = 1000$ см^2/(В×с) и $\mu_p = 300$ см^2/(В×с).

Найти прямое смещение на *p-n* переходе, при котором диффузионная емкость начинает превосходить барьерную емкость.

Решение

Оценки показывают, что диффузионная длина электронов существенно больше длины *p*-базы, где этот электрон диффундирует.

Напротив, диффузионная длина для дырок существенно меньше длины n-базы

$$L_p=(\mu_p\ \varphi_t\ \tau)^{1/2} \cong 0.028 \text{ см} << W_{bn} = 1 \text{ мм}.$$

Поэтому

$$C_{diff} = \frac{q\,A}{\varphi_t}\left(\frac{p_{n0}\,D_p}{L_p}\tau_p + \frac{n_{p0}\,D_n}{W_{bp}}\tau_F\right)\exp(V/\varphi_t) \cong$$

$$\cong 1.7\times10^{-19} \exp(V/\varphi_t)\ \Phi,$$

где τ_F=$W_{bp}^2/(2\ D_n)$ = 190 пс – время диффузии (пролета) электрона через p-базу.

Приравнивая выражения для диффузионной и барьерной емкости

$$C_{j0}\Big/\sqrt{1-V_1/\varphi_B} \cong 1.7\times10^{-15} \exp(V_1/\varphi_t)\ \Phi/\text{см}^2,$$

где C_{J0} = 3.19 10^{-8} Ф/см^2, φ_B = 0.83 В (см. задачу 26), получаем численно $V_1 \cong 0.44$ В.

4. БИПОЛЯРНЫЕ ТРАНЗИСТОРЫ

Задача 29

Рассмотрите биполярный n-p-n транзистор в прямом активном режиме работы, включенный по схеме с общим эмиттером. Получите выражение для тока рекомбинации в объеме базы, считая ее короткой. Определите коэффициент переноса тока, то есть долю инжектированных электронов, дошедших до обратносмещенного коллекторного перехода.

Решение

Используя решение задачи 24, имеем выражение для плотности тока электронов эмиттерного перехода:

$$I_{nE} = A_E\,\frac{qD_n}{W_B}\frac{n_i^2}{N_D}\left(\exp\left(\frac{V_{BE}}{\varphi_t}\right)-1\right) = \frac{\Delta Q_n}{\tau_F}\,, \qquad (29.1)$$

где $\tau_F = W_B^2/(2D_n)$ – время диффузии ("пролета") электронов через толщину базы W_B; ΔQ_n – избыточная концентрация неосновных носителей в базе.

Скорость рекомбинации в объеме базы (объемный ток рекомбинации электронов I_{rB}) пропорциональна ΔQ_n и обратно пропорциональна времени жизни электронов τ_n:

$$I_{rB} = \frac{\Delta Q_n}{\tau_n}. \qquad (29.2)$$

Коэффициент переноса тока, т.е. доля электронов, дошедшая до коллектора равен

$$\alpha_T = \frac{I_{nE} - I_{rB}}{I_{nE}} = 1 - \frac{\tau_F}{\tau_n} = 1 - \frac{W_B^2}{2D_n\tau_n} = 1 - \frac{W_B^2}{2L_n^2}. \qquad (29.3)$$

Необходимо подчеркнуть, что соотношения (29.2-29.3) справедливы, только при выполнении условия $\tau_F/\tau_n = W_\text{B}^2/(2L_n^2) \ll 1$, т. е. при достаточно тонкой базе. В общем случае, хорошим приближением для коэффициента переноса будет пуассоновская вероятность того, что неосновной носитель не прорекомбинирует за время пролета τ_F:

$$\alpha_T = \exp\left(-\frac{\tau_F}{\tau_n}\right). \qquad (29.4)$$

Выражение (29.4) переходит в (29.3) при выполнении условия $\tau_F/\tau_n \ll 1$.

Задача 30

Какова доля электронной компоненты в полном токе диффузии эмиттерного перехода *n-p-n* транзистора? Получите оценочное выражение для эффективности эмиттера для случая короткой базы и короткого эмиттера. Отношение коэффициентов диффузии электронов и дырок принять равным 3, уровней легирования эмиттера и базы – 10, ширины нейтральной области эмиттера и базы – 2.

Каков при этом диффузионный ток дырок, инжектируемый в эмиттер при прямом смещении эмиттерного перехода, если полный диффузионный ток эмиттера 1 мА?

Решение

Коэффициент эффективности эмиттера, по определению есть

$$\gamma = \frac{J_{nE}}{J_{nE} + J_{pE}} = \frac{1}{1 + J_{pE}/J_{nE}}. \qquad (30.1)$$

Электронные и дырочные компоненты диффузионного тока инжекции получены в задаче 23. В современных транзисторах, размеры не только базовой области, но и области эмиттера, как правило, меньше соответствующих диффузионных длин. Учитывая это, получаем:

$$\gamma = \left(1 + \frac{D_{p,E} N_B W_B}{D_{n,B} N_E W_E}\right)^{-1} = \left(1 + \frac{1}{3 \times 10 \times 2}\right)^{-1} \cong 0.984. \quad (30.2)$$

Дырочная составляющая диффузионного ток эмиттера при полном токе эмиттера 1мА равна

$$I_{pE} = \big((1-\gamma)/\gamma\big)\, I_E \cong 16.7 \text{ мкА}. \quad (30.3)$$

Этот ток по порядку величины равен (чуть меньше) базовому току, что не является случайным (см. задачу 31).

Задача 31

Получите выражение для коэффициента усиления транзистора $\beta = I_C/I_B$ при нормальном включении (SPICE параметр BF) в схеме с общим эмиттером, используя принцип электронейтральности базовой области. Как коэффициент усиления зависит от ширины базы транзистора?

Решение

В схеме с общим эмиттером можно задавать ток базы I_B, что соответствует поступлению в базу дырок и появлению избыточной концентрации основных носителей ΔQ_p. Появление избыточного положительного заряда в базе приводит к инжекции электронов из эмиттера и восстановлению электронейтральности базы

$$\Delta Q_p = \Delta Q_n \equiv \Delta Q_B. \quad (31.1)$$

Б*о*льшая часть электронов за время, порядка времени пролета базы $\tau_F = W_B^2/2\, D_n$, уходит в коллектор. Дырки либо рекомбинируют с пролетающими электронами, либо уходят через прямосмещенный *p-n* переход в эмиттер (см. также задачи 29 и 30)

$$I_B = I_{pE} + I_{rB} = \frac{1-\gamma}{\gamma} I_{nE} + (1-\alpha_T) I_{nE}\,. \quad (31.2)$$

Учитывая, что $I_{nE} = \gamma I_E = \gamma (I_C + I_B)$, для коэффициента усиления получаем:

$$\beta = \frac{\alpha_T}{\dfrac{1-\gamma}{\gamma} + 1 - \alpha_T} = \frac{\gamma\,\alpha_T}{1-\gamma\,\alpha_T}\,. \qquad (31.3).$$

В случае короткой базы получаем $\alpha_T = 1 - W_B^2/2\,D_n$.

Рассмотрим два предельных случая:

а). очень короткая база: рекомбинация в базе отсутствует; $\tau_F/\tau_n \to 0$, коэффициент усиления равен

$$\beta = \frac{\gamma}{1-\gamma}\,. \qquad (32.4)$$

Все дырки, поступающие из базового контакта, уходят в эмиттер;

б). Очень длинная база; время пролета много больше времени жизни (τ_F/τ_n >>1), практически все электроны, инжектированные из эмиттера, рекомбинируют в базе и не достигают коллектора.

Коэффициент переноса в последнем случае стремится к нулю $\alpha_T \to 0$, а вместе с ним стремится к нулю и β (см. (31.3)). Ток коллектора уже не управляется током базы, поскольку практически весь ток дырок из контакта базы идет на рекомбинацию электронов, инжектируемых из эмиттера. Из-за этого электроны практически не доходят до коллектора, и ток в нем представляет собой очень малый ток обратносмещенного коллекторного *p-n* перехода.

Задача 32

Имеем биполярный транзистор *n-p-n* типа; легирование эмиттера 10^{18} см$^{-3}$; легирование базы 10^{17} см$^{-3}$. Ширина нейтральной области эмиттера W_E = 2 мкм, а базы – 0.4 мкм. Время жизни электронов в базе составляет 100 нс. Вычислить эффективность эмиттера, коэффициент переноса и коэффициент усиления транзистора в прямом активном режиме. Подвижность электронов и дырок принять равной 1000 и 300 см^2/(В×с) соответственно. Какая часть базового тока будет уходить в эмиттер?

Решение

Коэффициент эффективности эмиттера

$$\gamma = \left(1 + \frac{D_{p,E} N_B W_B}{D_{n,B} N_E W_E}\right)^{-1} \cong 0.9940;$$

коэффициент переноса

$$\alpha_T = 1 - \frac{W_B^2}{2 D_{n,B} \tau_n} \cong 0.9969;$$

коэффициент усиления

$$\beta = \frac{\alpha_T}{\dfrac{1-\gamma}{\gamma} + 1 - \alpha_T} = \frac{\gamma \alpha_T}{1 - \gamma \alpha_T} \cong 109.8.$$

Отношение тока дырок из базы, уходящего в эмиттер, к полному току базы равно

$$\frac{I_{pE}}{I_B} = \frac{1-\gamma}{\gamma} \Bigg/ \left(\frac{1-\gamma}{\gamma} + 1 - \alpha_T\right) \cong 0.661.$$

В современных биполярных транзисторах с тонкой базой, компонента тока базы, уходящая в эмиттер, как правило, превосходит рекомбинационную составляющую базового тока.

Задача 33

Ток эмиттера биполярного транзистора составляет 1 мА, эффективность эмиттера - 0.99, коэффициент переноса - 0.995. Вычислить коэффициент передачи и усиление транзистора, а также ток базы и коллектора.

Решение

Коэффициент передачи α есть отношение тока коллектора к току эмиттера (не путать с коэффициентом переноса α_T). Коллектора достигает только доля диффузионного тока неосновных носителей, которая, в свою очередь, является лишь долей от полного эмиттерного тока $I_C = \alpha_T I_{nE} = \alpha_T \gamma I_E \equiv \alpha I_E$.

Таким образом, коэффициент передачи $\alpha \equiv I_C / I_E$ равен

$\alpha = \gamma \alpha_T = 0.99 \times 0.995 \cong 0.985$;

коэффициент усиления $\beta = \gamma \alpha_T / (1 - \gamma \alpha_T) = 65.9$;

ток коллектора $I_C = \gamma \alpha_T I_E = 0.985$ мА;

ток базы $I_B = I_E - I_C = 15$ мкА.

Задача 34

Нарисуйте и объясните эквивалентную схему модели Эберс - Молла для биполярного *n-p-n* транзистора, напишите соответствующие уравнения модели, получите соотношение обратимости для параметров модели и выражение для напряжения между коллектором и эмиттером в режиме двойной инжекции.

Рассчитайте напряжение насыщения биполярного транзистора, если ток базы равен 1 мА, а ток коллектора – 10 мА. Считать, что коэффициенты передачи в прямом и инверсном режиме равны соответственно $\alpha_F = 0.995$ и $\alpha_R = 0.3$.

Решение

Если бы база транзистора была существенно шире, чем диффузионная длина, то эквивалентной схемой *n-p-n* транзистора являлись бы два последовательных *p-n* перехода, включенных в противоположные стороны. При этом токи *p-n* переходов (I_F и I_R, см. рисунок) определялись бы обычными выражениями для тока диода и зависели только от напряжений, падающих на данном конкретном переходе.

При короткой базе через каждый *p-n* переходы течет также доля тока, не зависящая от напряжения на данном переходе. На эквивалентной схеме это отражено включением параллельного источника тока к каждому диоду (см. рис.1).

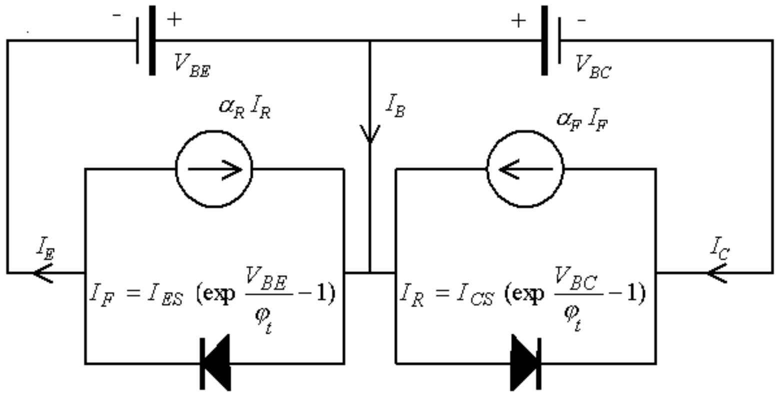

Рис.1. Эквивалентная схема модели Эберса – Молла

Здесь α_F и α_R – коэффициенты передачи для прямого и инверсного режима включения соответственно, I_{CS} и I_{ES} – параметры модели Эберса – Молла, не совпадающие с обратными токами отдельных *p*-*n* переходов [1].

Как видно из схемы, ток коллектора складывается из обратного тока собственно диода (- I_R) и части электронов, дошедших из эмиттера ($\alpha_F I_F$).

$$I_E = I_F - \alpha_R I_R\,; \tag{34.1}$$

$$I_C = \alpha_F I_F - I_R\,; \tag{34.2}$$

$$I_B = I_E - I_C = (1-\alpha_F)I_F + (1-\alpha_R)I_R\,. \tag{34.3}$$

В режиме двойной инжекции (насыщения), оба *p*-*n* перехода смещены в прямом направлении. Если задать относительно базы равные напряжения на коллекторе и эмиттере ($V_{BE} = V_{BC} > 0$), то коллектор и эмиттер оказываются при равных потенциалах, и между ними не может быть никакого тока неосновных носителей (электронов) при любом соотношении площадей эмиттера и коллектора и способе легирования базы и *p*-*n* переходов. Это означает, что ток электронов, инжектированных из эмиттера и достигших коллектора ($\alpha_F I_F$), равен току электронов, инжектированных из коллектора и достигших эмиттера ($\alpha_R I_R$). Отсюда получаем соотношение обратимости, связывающее параметры модели Эберса - Молла

$$I_{ES}\alpha_F = I_{CS}\alpha_R\,. \tag{34.4}$$

В режиме двойной инжекции единицей в выражениях для I_F и I_R (см. рисунок) можно пренебречь. Поэтому, напряжение между коллектором и эмиттером можно выразить как

$$V_{CE} = V_{BE} - V_{BC} \cong \varphi_t \ln\left[\frac{I_F}{I_R}\frac{I_{CS}}{I_{ES}}\right]. \tag{34.5}$$

Используя соотношение обратимости и уравнения Эберса - Молла, получаем

$$V_{CE,sat} = \varphi_t \ln\left\{\frac{1+(I_C/I_B)(1-\alpha_R)}{\alpha_R\left[1-\dfrac{I_C(1-\alpha_F)}{I_B\,\alpha_F}\right]}\right\}. \quad (34.5)$$

Для $\alpha_F = 0.995$, коэффициент усиления равен $\beta = \alpha_F/(1 - \alpha_F) =$ $= 199$, а по условию задачи, отношение $I_C/I_B = 10$. Следовательно, биполярный транзистор находится в глубоком насыщении. Тогда напряжение насыщения можно оценить по формуле (34.5):

$$V_{CE,sat} \cong 87 \text{ мВ}.$$

Задача 35

На переход база – коллектор биполярного *n-p-n* транзистора при разомкнутом эмиттере подано обратное смещение. Рассчитать токи коллектора и базы, а также знак и величину смещения на эмиттерном *p-n* переходе.

Принять $\alpha_F = 0.99$; $\alpha_R = 0.5$; $I_{CS} = 10^{-13}$ А.

Решение

Отметим, что при обратносмещенном коллекторном переходе ($V_{BC} < 0$) $I_R \cong - I_{CS}$. Тогда из условия равенства нулю тока эмиттера и уравнений модели Эберса - Молла получаем:

$$I_F = \alpha_R I_R \cong - \alpha_R I_{CS};$$

$$I_C = I_B = (\alpha_F \alpha_R - 1) I_R \cong (1 - \alpha_F \alpha_R) I_{CS} \cong 0.5\ 10^{-13} \text{ А}.$$

Используя выражение для I_F и соотношение обратимости, получаем:

$$- \alpha_R I_{CS} = I_{ES} (\exp[V_{BE}/\varphi_t] - 1),$$

$$V_{BE} = \varphi_t \ln(1 - \alpha_F) \cong - 0.12 \text{ В}.$$

Потенциал базы оказывается меньшим потенциала эмиттера, то есть переход эмиттера оказывается обратносмещенным. Дырки, инжектируемые в базу из коллектора, нарушают электронейтральность базовой области. В данном случае электронейтральность восстанавливается за счет уширения области отрицательно заряженных акцепторов базы, что эквивалентно подачи обратного смещения на *p-n* переход эмиттера (сравните со случаем нормального активного режима).

Задача 36

Получите выражения для малосигнальных параметров биполярных транзисторов с учетом эффекта Эрли. Рассчитайте крутизну транзистора, его входное и выходное сопротивление, если в рабочей точке ток коллектора I_C = 1 мА; коэффициент усиления без учета эффекта Эрли β_{F0} = 100; напряжение между коллектором и эмиттером V_{CE} =10 В; напряжение Эрли V_A = 40 В.

Решение

В нормальном активном режиме

$$I_C = \alpha_F I_F - I_R \cong \alpha_F I_{ES} \exp(V_{BE}/\varphi_t) + I_{CS} \cong I_S \exp(V_{BE}/\varphi_t),$$

где $I_S \equiv \alpha_F I_{ES}$ – "ток насыщения" (SPICE параметр IS).

Ток базы является входным током в схеме с общим эмиттером, задается независимо, и, следовательно, не зависит от эффекта модуляции толщины базы, обусловленного обратным смещением на коллекторном переходе (эффект Эрли). Входной ток и напряжение биполярного транзистора при включении с общим эмиттером – I_B и V_{BE} соответственно, выходной ток и напряжение – I_C и V_{CE}.

Эффект Эрли по своему физическому смыслу совпадает с эффектом модуляции длины канала в МОП-транзисторе (см. задачу 18). Напряжение Эрли V_A (SPICE параметр VAF) соответствует обратному значению λ. С учетом эффекта Эрли ток коллектора выражается формулой:

$$I_C = I_S \exp(V_{BE}/\varphi_t)\left(1 + \frac{V_{CE}}{V_A}\right). \tag{36.1}$$

Коэффициент усиления за счет эффекта Эрли увеличивается вместе с током коллектора

$$\beta_F = \frac{I_C}{I_B} = \frac{I_S \exp(V_{BE}/\varphi_t)}{I_B}\left(1 + \frac{V_{CE}}{V_A}\right) = \beta_{F0}\left(1 + \frac{V_{CE}}{V_A}\right). \tag{36.2}$$

Ток базы равен

$$I_B = \frac{I_C}{\beta_F} = \frac{I_S \exp(V_{BE}/\varphi_t)}{\beta_{F0}}; \tag{36.3}$$

крутизна

$$g_m = \left(\frac{\partial I_C}{\partial V_{BE}}\right)_{V_{CE}} = \frac{I_C}{\varphi_t} \cong 40 \text{ мА/В}; \qquad (36.4)$$

выходное сопротивление

$$r_0 = \left(\frac{\partial I_C}{\partial V_{CE}}\right)_{V_{BE}}^{-1} = \frac{V_A + V_{CE}}{I_C} \cong 50 \text{ кОм}; \qquad (36.5)$$

входное сопротивление без учета омического сопротивления области базы

$$r_{in} = \left(\frac{\partial I_B}{\partial V_{BE}}\right)_{V_{BE}}^{-1} = \frac{\beta_0 \varphi_t}{I_C} = \frac{\beta_0}{g_m} \cong 2.5 \text{ кОм}. \qquad (36.6)$$

В отличие от МОП-транзисторов, обладающих практически бесконечным входным сопротивлением, входное сопротивление биполярных транзисторов сравнительно мало.

5. ПРИЛОЖЕНИЯ. ПАРАМЕТРЫ, КОНСТАНТЫ, ТИПИЧНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

Приложение А. Физические константы и параметры кремния

Величина	Символ	Значение
Заряд электрона, Кл	q	1.6×10^{-19}
Постоянная Больцмана, эВ/K	k	8.62×10^{-5}
Диэлектрическая проницаемость		
вакуума (абс.),Ф/см	ε_0	8.85×10^{-14}
кремния (отн.)	ε_s	12
оксида кремния (отн.)	ε_i	4
Ширина запрещенной зоны при T=300K, эВ	E_{g}	
кремния (Si)		1.12
оксида кремния (SiO_2)		8 - 9
Эффективная плотность состояний		
зона проводимости	N_C	2.8×10^{19} см$^{-3}$
валентная зона	N_V	1.04×10^{19} см$^{-3}$
Собственная концентрация в кремнии (T = 300K), см$^{-3}$	n_i	1.45×10^{10}
Плотность кремния, г/см^3		2.3
1 эВ =1.6×10^{-19} Дж		11600 K
Тепловой потенциал, В	$\varphi_t \equiv kT/q$	
при температуре 300K (27 ^{o}C)		$0.026 \cong 1/40$ В
Дрейфовая подвижность носителей в Si (при T=300K), см^2/(В×с)		
электроны	μ_{n}	1500
дырки	μ_{p}	450

Удельное сопротивление p-Si при разных уровнях легирования

ρ, Ом×см	N_A, см$^{-3}$
0,1	5×10^{17}
1	1.5×10^{16}
10	1.4×10^{15}
100	1.4×10^{14}

Приложение Б. Типичные значения параметров приборов

1) МОП-транзисторы

Уровни легирования, см$^{-3}$:

подложек	$10^{15}…10^{17}$
стоков и истоков	$10^{18}…10^{19}$
Длины каналов, мкм	0.013…2

Подвижности электронов в каналах (300…900) см^2/(В×с).

Толщины подзатворных оксидов (10…100) нм.

Электрические поля, В/см:

в оксидах	$10^5…10^7$
в канале транзистора	до $(2…5)\times10^4$

2) Биполярные транзисторы

Уровни легирования, см$^{-3}$:

эмиттеров	$10^{19}…10^{21}$
базы	$10^{17}…10^{18}$
коллекторов	$10^{15}…10^{16}$

Площади *p*-*n* перехода, мкм^2:

эмиттер-база	10…20
коллектор-база	100…200

Барьерные емкости *p*-*n* переходов, фФ:

эмиттер-база	50…100
коллектор-база	50…100

Масштабные множители и стандартные SPICE обозначения

Фемто	F	10^{-15}
Пико	P	10^{-12}
Нано	N	10^{-9}
Микро	U	10^{-6}
Милли	M	10^{-3}
Кило	K	10^{-3}
Мега	MEG	10^{6}

$\ln(10) \cong 2.3$; $\exp(x) = 10^{x/\ln(10)} \cong 10^{0.43x}$.

Список рекомендуемой литературы

1. Степаненко И. П. Основы микроэлектроники: Уч. пособие для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2000.
2. Тугов Н. М., Глебов Б. М., Чарыков Н. А. Полупроводниковые приборы: Учебник для вузов. М.: Энергоатомиздат, 1990.
3. Аваев Н. А., Наумов Ю. Е., Фролкин В. Т. Основы микроэлектроники: Уч. пособие для вузов. М.: Радио и связь, 1991.
4. Зи С. Физика полупроводниковых приборов: в 2-х томах. Пер. с англ. М.: Мир, 1984.
5. Шур М. С. Физика полупроводниковых приборов: в 2-х томах. Пер. с англ. М.: Мир, 1992.
6. Маллер Р., Кейминс Т. Элементы интегральных схем. Пер. с англ. М.: Мир, 1989.
7. Тилл У., Лаксон Дж. Интегральные схемы: материалы, приборы, изготовление. Пер. с англ. М.: Мир, 1985.
8. Росадо Л. Физическая электроника и микроэлектроника. Пер. с исп. М.: Высшая школа, 1991.
9. Разевиг В.Д. Система проектирования OrCAD 9.2. М.: СОЛОН-Р, 2001.

Содержание

Зебрев Геннадий Иванович

СБОРНИК ЗАДАЧ
ПО КУРСУ
«ОСНОВЫ МИКРОЭЛЕКТРОНИКИ»

Редактор Н.В. Шумакова

Пописано в печать 10.04.2003 Формат 60×84 1/16 Объем п.л.
Уч.-изд. л. Тираж экз. Изд.№025-1 Заказ

Московский инженерно-физический институт
(государственный университет). Типография МИФИ.
115409, Москва, Каширское шоссе, 31.