

207. Определить количество вещества ν водорода, заполняющего сосуд объемом $V=3$ л, если концентрация молекул газа в сосуде $n = 2 \times 10^{18} \text{ м}^{-3}$.

$V = 3 \text{ л}$ $n = 2 \times 10^{18} \text{ м}^{-3}$ <hr style="width: 100%;"/> $\nu = ?$	Число атомов в ν количестве молей равно $N=N_A \times \nu$, где $N_A = 6.023 \times 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ – число Авогадро. Тогда концентрация равна $n = \frac{N}{V} = \frac{N_A \times \nu}{V}.$ Откуда искомая величина $\nu = \frac{n \times V}{N_A} = \frac{2 \times 10^{18} \text{ м}^{-3} \times 3 \times 10^{-3} \text{ м}^3}{6,023 \times 10^{23} \text{ моль}^{-1}} \cong 10^{-8} \text{ моль}.$
--	---

217. Определить относительную молекулярную массу M_r газа, если при температуре $T=154\text{ К}$ и давлении $P=2,8\text{ МПа}$ он имеет плотность $\rho = 6,1\text{ кг/м}^3$.

$$T = 154\text{ К}$$

$$P = 2,8\text{ МПа}$$

$$\rho = 6,1\text{ кг/м}^3$$

$$M_r = ?$$

Воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева, применив его к газу

$$PV = \frac{m}{M}RT, \quad P \text{ – давление газа, } V \text{ – объем сосуда, } T \text{ – температура газа, } R =$$

$$8,31\text{ Дж/(моль}\times\text{К)} \text{ – молярная газовая постоянная. Откуда } \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT}.$$

$$\text{Нам известно, что плотность } \rho = \frac{m}{V}, \text{ поэтому } \rho = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT}.$$

$$\text{Откуда искомая величина } M = \frac{\rho \times RT}{P}$$

Подставляем числа.

$$M = \frac{6,1\text{ кг/м}^3 \times 8,31\text{ Дж/(моль}\times\text{К)} \times 154\text{ К}}{2,8 \times 10^6\text{ Па}} = 0,0028\text{ кг/моль} = 2,8\text{ г/моль}.$$

Поэтому относительная молекулярная масса равна $M_r=2,8$.

227. Водород находится при температуре $T=300\text{К}$. Найти среднюю кинетическую энергию $\langle \epsilon_{\text{вр}} \rangle$ вращательного движения одной молекулы, а также суммарную кинетическую энергию E_k всех молекул этого газа; количество водорода $\nu = 0,5$ моль.

H_2 $\nu = 0,5$ моль $T=300\text{К}$ <hr/> $\langle \epsilon_{\text{вр}} \rangle = ?$ $E_k = ?$	<p>Средняя кинетическая энергия вращательного движения одной молекулы равна $\langle \epsilon_{\text{вр}} \rangle = \frac{i_{\text{вр}}}{2} kT$, где $k=1.38 \times 10^{-23} \text{ Дж/К}$ – постоянная Больцмана, $i_{\text{вр}}$ – поступательные степени свободы молекулы ($i_{\text{вр}}=2$ в нашем случае т.к. молекула двухатомная). Поэтому $\langle \epsilon_{\text{вр}} \rangle = \frac{i_{\text{вр}}}{2} kT = \frac{2}{2} kT = kT$. Подставляем числа. $\langle \epsilon_{\text{вр}} \rangle = 1.38 \times 10^{-23} \text{ Дж/моль} \times 300\text{К} = 4,1 \times 10^{-21} \text{ Дж}$.</p> <p>Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы равна $\langle \epsilon_{\text{кин}} \rangle = \frac{i}{2} kT$, где $k=1.38 \times 10^{-23} \text{ Дж/К}$ – постоянная Больцмана, i – поступательные степени свободы молекулы ($i=3$ в нашем случае т.к. три поступательных движения возможны).</p> <p>Общее количество молекул в ν молей вещества равно $N=N_A \times \nu$, где $N_A=6.023 \times 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ – число Авогадро. Поэтому суммарная кинетическая энергия равна $E_k = N \times \langle \epsilon_{\text{кин}} \rangle = N_A \times \nu \times \frac{i}{2} kT = \nu \times \frac{i}{2} RT$, где $R=8.31 \text{ Дж/(К} \times \text{моль)}$ – газовая постоянная.</p> <p>Поэтому</p> $E_k = \nu \times \frac{i}{2} RT = 0.5 \text{ моль} \times \frac{3}{2} \times 8,31 \text{ Дж/Кмоль} \times 300\text{К} = 1870 \text{ Дж} = 1,87 \text{ кДж}$
--	---

237. Найти удельные c_p и c_v , а также молярные C_p и C_v теплоемкости азота и гелия.

N_2	Удельная теплоемкость при постоянном объеме $c_v = \frac{i \times R}{2\mu}$, где i – число степеней свободы, $R=8.31$ Дж/мольК – молярная газовая постоянная.
He	
$\mu(N_2)=28$ г/моль	Удельная теплоемкость при постоянном давлении $c_p = \frac{(i+2)R}{2\mu}$.
$\mu(He)=4$ г/моль	
$C_p = ?$	<p>1) Рассмотрим сначала азот:</p> <p>Число степеней свободы для азота равно 5 (3-поступательные и 2 - вращательные, так как газ двухатомный). Поэтому</p> $c_v = \frac{5 \times 8.31}{2 \times 0.028} \text{ Дж / (кгК)} = 742 \text{ Дж / (кгК)} .$ $c_p = \frac{7 \times 8.31}{2 \times 0.028} \text{ Дж / (кгК)} = 1038.8 \text{ Дж / (кгК)} .$ <p>Молярная теплоемкость при постоянном объеме</p> $C_v = \frac{i \times R}{2} = \frac{5 \times 8.31}{2} \text{ Дж / (мольК)} = 20.8 \text{ Дж / (мольК)} .$ <p>Молярная теплоемкость при постоянном давлении</p> $C_p = \frac{(i+2)R}{2} = \frac{7 \times 8.31}{2} \text{ Дж / (мольК)} = 29.1 \text{ Дж / (мольК)} .$ <p>2) Рассмотрим теперь гелий:</p> <p>Число степеней свободы для гелия равно 3 (3-поступательные и ни одной вращательной, так как газ одноатомный). Поэтому</p> $c_v = \frac{3 \times 8.31}{2 \times 0.004} \text{ Дж / (кгК)} = 3120 \text{ Дж / (кгК)} .$ $c_p = \frac{5 \times 8.31}{2 \times 0.004} \text{ Дж / (кгК)} = 5194 \text{ Дж / (кгК)} .$ <p>Молярная теплоемкость при постоянном объеме</p> $C_v = \frac{i \times R}{2} = \frac{3 \times 8.31}{2} \text{ Дж / (мольК)} = 12.5 \text{ Дж / (мольК)} .$ <p>Молярная теплоемкость при постоянном давлении</p> $C_p = \frac{(i+2)R}{2} = \frac{5 \times 8.31}{2} \text{ Дж / (мольК)} = 20.8 \text{ Дж / (мольК)} .$
$c_p = ?$	
$C_v = ?$	
$c_v = ?$	

247. При каком давлении P средняя длина свободного пробега $\langle \lambda \rangle$ молекул азота равна 1 м, если температура газа $T=10^\circ\text{C}$?

$$T = 10^\circ\text{C}$$

N_2

$$d=3 \times 10^{-10}\text{ м}$$

$$M=0,028\text{ кг/моль}$$

$$P = ?$$

Средняя длина свободного пробега молекул вычисляется по формуле

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}, \text{ где } d - \text{ эффективный диаметр молекулы, } n - \text{ число молекул}$$

в единице объема, которое можно найти из уравнения $n = \frac{P}{kT}$, где k –

постоянная Больцмана. Поэтому $\langle \lambda \rangle = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$.

Откуда $P = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 \times \langle \lambda \rangle}$.

Подставляем числа

$$P = \frac{1,38 \times 10^{-23} \text{ Дж/К} \times (10 + 273)\text{К}}{\sqrt{2} \times 3,14 \times (3 \times 10^{-10} \text{ м})^2 \times 1\text{ м}} = 9,7 \times 10^{-3} \text{ Па} = 9,7 \text{ мПа}.$$

257. Во сколько раз увеличится объем водорода, содержащий количество вещества $\nu=0,4$ моль при изотермическом расширении, если при этом газ получит теплоту $Q=800$ Дж? Температура водорода $T=300$ К.

$$Q = 800 \text{ Дж}$$

$$\nu = 0,4 \text{ моль}$$

$$T = \text{const}$$

$$T = 300 \text{ К}$$

$$V_2/V_1 = ?$$

Применим первый закон термодинамики. Согласно которому, количество теплоты Q , переданное системе, расходуется на увеличение внутренней энергии ΔU и на внешнюю механическую работу A : $Q = \Delta U + A$.

Величина $\Delta U = m \times c_v \times \Delta T = 0$ при изотермическом процессе так как $T = \text{const}$ и $\Delta T = 0$. Поэтому изменение внутренней энергии газа равно нулю.

Тогда $Q = \Delta U + A = A$, откуда работа совершаемая газом $A = Q = 800$ Дж.

С другой стороны работа равна $A = \int_{V_1}^{V_2} P(V) dV$. Воспользуемся уравнением

Клапейрона – Менделеева $PV = \frac{m}{M} RT = \nu RT$ где P давление, ν – количество молей, V – объем сосуда, T – температура газа, $R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \times \text{К})$ – молярная газовая постоянная. Поэтому $P(V) = \frac{\nu RT}{V}$. Подставляем в интеграл

$$\text{и получаем } A = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu RT}{V} dV = \nu RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Работа A нам известна, поэтому мы можем найти V_2/V_1 :

$$\frac{V_2}{V_1} = \exp\left(\frac{A}{\nu RT}\right) = \exp\left(\frac{Q}{\nu RT}\right) = \exp\left(\frac{800 \text{ Дж}}{0,4 \text{ моль} \times 8,31 \text{ Дж}/\text{моль} \times \text{К} \times 300 \text{ К}}\right) = 2,23.$$

То есть объем увеличится в 2.23 раза.

267. Во сколько раз увеличится коэффициент полезного действия η цикла Карно при повышении температуры теплоотдатчика от $T_1 = 380 \text{ К}$ до $T_1' = 560 \text{ К}$? Температура теплоприемника $T_2 = 280 \text{ К}$

$$T_2 = 280 \text{ К}$$

$$T_1 = 380 \text{ К}$$

$$T_1' = 560 \text{ К}$$

$$\frac{\eta'}{\eta} = ?$$

КПД тепловой машины равен $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$, где T_1 – температура нагревателя, T_2 – температура холодильника.

Тогда $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$, и $\eta' = \frac{T_1' - T_2}{T_1'}$.

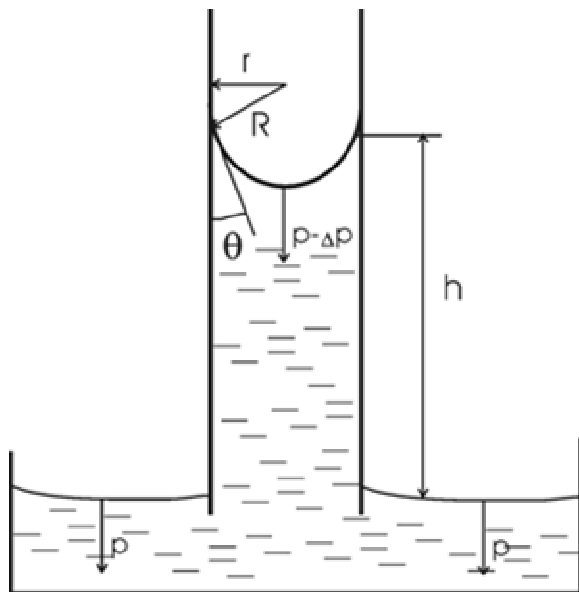
Искомое отношение равно $\frac{\eta'}{\eta} = \frac{(T_1' - T_2) \times T_1}{(T_1 - T_2) \times T_1'} = \frac{(560 \text{ К} - 280 \text{ К}) \times 380 \text{ К}}{(380 \text{ К} - 280 \text{ К}) \times 560 \text{ К}} = 1,9$.

277. В воду опущена на очень малую глубину стеклянная трубка с диаметром канала $d=1\text{мм}$. Определить массу m воды, вошедшей в трубку.

$$d = 1\text{мм}$$

$$\alpha = 0,04\text{Н/м}$$

$$m = ?$$



Так как поверхность жидкости в капилляре принимает вогнутую сферическую форму, то внутреннее давление p жидкости в капилляре будет меньше, чем вне капилляра, на величину избыточного давления под сферической поверхностью: $\Delta p = \frac{2\alpha}{R}$, где R – радиус кривизны мениска, α –

коэффициент поверхностного натяжения жидкости. Поэтому жидкость в капилляре поднимается на такую высоту h , при которой оказываемое ею давление станет равным избыточному: $h \times \rho \times g = \frac{2\alpha}{R}$, откуда $h = \frac{2\alpha}{R \times \rho \times g}$,

где ρ – плотность жидкости ($\rho = 1000\text{кг/м}^3$ для воды), g – ускорение силы тяжести. Так как угол между радиусами r и R и краевой угол θ равны между собой, то $R = \frac{r}{\cos \theta}$. Подставляя это значение в формулу высоты, получим

$$h = \frac{2\alpha \times \cos \theta}{r \times \rho \times g}. \text{ При условии полного смачивания } \theta = 0^\circ \text{ получаем } h = \frac{2\alpha}{r \times \rho \times g}.$$

$$\text{Так как } r = d/2, \text{ то } h = \frac{4\alpha}{d \times \rho \times g}.$$

$$\text{Объем цилиндра высотой } h \text{ и диаметром } d \text{ равен } V = h \times \pi \times \left(\frac{d}{2}\right)^2.$$

Масса воды в объеме V равна $m = \rho \times V = \rho \times h \times \pi \times \left(\frac{d}{2}\right)^2$. Подставляем сюда

$$h = \frac{4\alpha}{d \times \rho \times g} \text{ и получаем } m = \rho \times V = \rho \times \frac{4\alpha}{d \times \rho \times g} \times \pi \times \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\alpha \times \pi \times d}{g}.$$

$$\text{Подставляем числа. } m = \frac{0,04\text{Н/м} \times 3,14 \times 1 \times 10^{-3}\text{м}}{9,81\text{м/с}^2} = 1,28 \times 10^{-5}\text{кг}.$$